UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CÂMPUS EXPERIMENTAL DE SÃO JOÃO DA BOA VISTA

ANDERSON TREGANCINI JUNIOR

Desempenho de Redes Cooperativas *Full-Duplex*
Baseadas em NOMA e Seleção Parcial de *Relays*

São João da Boa Vista

2018

ANDERSON TREGANCINI JUNIOR

**Desempenho de Redes Cooperativas *Full-Duplex*
Baseadas em NOMA e Seleção Parcial de *Relays***

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Engenharia de Telecomunicações do Câmpus de São João da Boa Vista, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Engenharia de Telecomunicações.

Orientador: Prof. Dr. Edgar Eduardo Benitez Olivo

São João da Boa Vista
2018

Tregancini Junior, Anderson

Desempenho de redes cooperativas full-duplex baseadas em NOMA e seleção parcial de relays / Anderson Tregancini Junior. – São João da Boa Vista, 2018.

58 p. : il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso – Câmpus Experimental de São João da Boa Vista – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”.

Orientador: Prof. Dr. Edgar Eduardo Benitez Olivo

Bibliografia

1. Comunicações digitais 2. Sistemas de comunicação sem fio 3. Telecomunicações

CDD 23. ed. – 621.382

Ficha catalográfica elaborada pela [Biblioteca-BJB](#)

Bibliotecário responsável: João Pedro Alves Cardoso – CRB-8/9717

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CÂMPUS EXPERIMENTAL DE SÃO JOÃO DA BOA VISTA
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE TELECOMUNICAÇÕES

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

DESEMPENHO DE REDES COOPERATIVAS *FULL-DUPLEX*
BASEADAS EM NOMA E SELEÇÃO PARCIAL DE *RELAYS*

Aluno: Anderson Tregancini Junior

Orientador: Prof. Dr. Edgar Eduardo Benitez Olivo

Banca Examinadora:

- Prof. Dr. Edgar Eduardo Benitez Olivo
- Prof. Dr. Carlos Héracles Moraes de Lima
- Prof^a. Dr^a. Cintya Wink de Oliveira Benedito

A ata da defesa com as respectivas assinaturas dos membros encontra-se
no prontuário do aluno (Expediente nº 06/2018)

São João da Boa Vista, 08 de Fevereiro de 2018

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, a Deus por sempre ter me dado a força necessária para superar todas as adversidades e me fazer vitorioso em mais uma etapa da minha vida.

Aos meus pais, Luciane e Anderson, por todo amor, apoio e paciência incondicional. Sem eles nada disso teria se concretizado.

Também gostaria de expressar gratidão ao meu orientador, Prof. Dr. Edgar Eduardo Benitez Olivo, não apenas pelo suporte fundamental em todas as fases que envolveram este trabalho, mas principalmente por dar prioridade ao meu aprendizado.

Por último, mas não menos importante, aos meus melhores amigos, Jéssica, Luis, Felipe e Pedro por sempre estarem ao meu lado durante estes 5 anos de caminhada.

RESUMO

Com o aumento acelerado da demanda por aplicações e serviços baseados em redes sem fio, a necessidade de explorar eficientemente o espectro radioelétrico é cada vez mais imperiosa. Além disso, existem requerimentos que as redes de quinta geração (5G) devem satisfazer em relação à qualidade de serviço fornecida a seus usuários, tais como aumento da eficiência espectral, fornecimento de taxas de dados cada vez mais elevadas e suporte a um número massivo de dispositivos conectados. Em vista disto, o acesso múltiplo não ortogonal (NOMA) e a retransmissão *full duplex* são tecnologias que vem sendo consideradas, a fim de alcançar estes objetivos, como candidatas a fazer parte das especificações das redes 5G. NOMA é uma estratégia em que múltiplos usuários podem compartilhar os mesmos recursos de tempo, frequência ou código, ajustando sua relação de alocação de potência, enquanto o modo de retransmissão *full duplex* permite recuperar a perda de eficiência espectral inerente ao modo de retransmissão *half duplex*. Desta forma, o uso combinado de NOMA com o modo de retransmissão *full-duplex* vem ganhando atenção, devido aos ganhos em eficiência espectral, taxa de dados e à diminuição da latência de transmissão, além de usufruir das vantagens em relação à diversidade espacial obtida através de comunicações cooperativas.

Este trabalho analisa o desempenho em termos da probabilidade de *outage* para um esquema cooperativo baseado em NOMA, que emprega retransmissão *full-duplex* e o protocolo de retransmissão amplifica-e-encaminha com seleção parcial de *relays*. O modelo do sistema considerado consiste de uma fonte, dois usuários, os quais acessam o canal usando NOMA, e um *cluster* de *relays full duplex*. Como contribuições deste trabalho, são obtidas uma expressão exata em forma integral, uma expressão limitante inferior, uma expressão assintótica para o regime de alta relação sinal-ruído e uma expressão aproximada em forma fechada. A partir dessas expressões analíticas, avalia-se o impacto do número de *relays*, do fator de alocação de potência entre os usuários e da auto interferência residual do modo *full duplex* no desempenho do esquema proposto. Além disto, realiza-se uma comparação de desempenho entre os modos de retransmissão *half duplex* e *full duplex*. Finalmente, simulações de Monte Carlo validam os resultados analíticos obtidos.

Palavras Chaves: comunicações cooperativas; NOMA; probabilidade de *outage*; protocolo amplifica-e-encaminha; retransmissão *full-duplex*; seleção parcial de *relays*.

ABSTRACT

With the rapidly increasing demand for wireless-based applications and services, the need to efficiently exploit the radio spectrum is imperative. In addition, fifth-generation (5G) networks must satisfy some requirements regarding the quality of service provided to their users, such as increased spectral efficiency, higher data rates and support for a massive number of connected devices. In light of this, non-orthogonal multiple access (NOMA) and full-duplex relaying are technologies being considered, in order to achieve these objectives, as candidates to be part of the specifications of 5G networks. NOMA is a strategy whereby multiple users can share the same time, frequency or code resources, by adjusting their power allocation ratio, whereas full-duplex relaying allows to recover the spectral efficiency loss inherent to half-duplex relaying. Thus, the joint use of NOMA and full-duplex relaying has been drawing attention, due to the gains in spectral efficiency and data rate, as well as to the decrease in latency, in addition to taking advantage from the spatial diversity obtained through cooperative communications.

This work analyzes the performance in terms of the outage probability for a NOMA-based cooperative scheme, which employs full-duplex relaying and the amplify-and-forward protocol, with partial relay selection. The considered system model consists of one source, two users, accessing the channel through NOMA, and a cluster of full-duplex relays. As contributions of this work, an exact expression in integral form, a lower-bound expression, an asymptotic expression at the high signal-to-noise ratio regime and an approximated closed-form expression are obtained. From the analytical expressions, the impact of the numbers of relays, the power allocation factor between users, and the residual self-interference inherent to full-duplex relaying is assessed on the performance of the proposed system. In addition, a performance comparison is performed between half-duplex and full-duplex relaying modes. Finally, Monte Carlo simulations validate the obtained analytical results.

Keywords: amplify-and-forward protocol; cooperative communications; full-duplex relaying; NOMA; outage probability; partial relay selection.

LISTA DE FIGURAS

1.	Transmissão no <i>downlink</i> de S para L destinos, os quais acessam o canal através de NOMA, aplicando SIC	15
2.	Sistema cooperativo com K <i>relays</i> , para um cenário de comunicação entre fonte e destino (a) sem enlace de transmissão direta e (b) com enlace de transmissão direta	17
3.	Cenário de dois saltos (<i>dual hop</i>), com um <i>relay</i> do tipo FD na presença de auto interferência residual	18
4.	Modelo do sistema	23
5.	Probabilidade de <i>outage</i> dos usuários D_1 e D_2 versus SNR transmitida, para diferentes valores do número de <i>relays</i> , $K=1,2,3$, considerando um ganho médio do canal de auto interferência $\Omega_{RR} = -10$ dB e fatores de alocação de potência $(a_1; a_2)=(0, 7; 0, 3)$	35
6.	Probabilidade de <i>outage</i> dos usuários D_1 e D_2 versus SNR transmitida, para diferentes configurações de fatores de alocação de potência $(a_1; a_2)= (0, 67; 0, 33), (0, 7; 0, 3), (0, 8; 0, 2), (0, 9; 0, 1)$, considerando um ganho médio do canal de auto interferência $\Omega_{RR} = -10$ dB e um número de <i>relays</i> $K = 2 \dots$	36
7.	Probabilidade de <i>outage</i> dos usuários D_1 e D_2 versus SNR transmitida, para redes cooperativas baseadas em <i>relays</i> HD e FD, considerando um ganho médio do canal de auto interferência $\Omega_{RR} = -10$ dB, fatores de alocação de potência $(a_1; a_2)=(0, 7; 0, 3)$ e diferentes valores do número de <i>relays</i> $K = 1, 2, 3 \dots$	37
8.	Probabilidade de <i>outage</i> dos usuários D_1 e D_2 versus SNR transmitida, para valores distintos do ganho médio do canal de auto interferência, $\Omega_{RR} = 0, -10, -20$ dB, considerando fatores de alocação de potência $(a_1; a_2)=(0, 7; 0, 3)$ e um número de <i>relays</i> $K = 2 \dots$	38
9.	Probabilidade de <i>outage</i> dos usuários D_1 e D_2 versus SNR transmitida, para <i>relays</i> HD e FD, considerando um ganho médio do canal de auto interferência $\Omega_{RR} = -40$ dB, fatores de alocação de potência $(a_1; a_2)=(0, 7; 0, 3)$ e um número de <i>relays</i> $K = 2 \dots$	39
10.	Diagrama para os eventos $W < \tilde{\tau}$ e $W < \tau'$, para o caso de $\tau' > \tilde{\tau} \dots$	52
11.	Diagrama para os eventos $W < \tilde{\tau}$ e $W < \tau'$, para o caso de $\tilde{\tau} > \tau' \dots$	53

LISTA DE ACRÔNIMOS

5G	Quinta Geração
AF	Amplifica-e-Encaminha (<i>Amplify-and-Forward</i>)
AWGN	<i>Additive White Gaussian Noise</i>
BER	<i>Bit Error Rate</i>
CDF	Função Distribuição Acumulada (<i>Cumulative Distribution Function</i>)
CDMA	<i>Code Division Multiple Access</i>
DF	Decodifica-e-Encaminha (<i>Decode-and-Forward</i>)
FDMA	<i>Frequency Division Multiple Access</i>
FD	<i>Full Duplex</i>
HD	<i>Half Duplex</i>
i.i.d.	Independentes e Identicamente Distribuídos
NOMA	<i>Non-Orthogonal Multiple Access</i>
OFDMA	<i>Orthogonal Frequency Division Multiple Access</i>
PDF	Função Densidade de Probabilidade (<i>Probability Density Function</i>)
QoS	<i>Quality of Service</i>
RSI	<i>Residual Self-Interference</i>
SIC	<i>Successive Interference Cancellation</i>
SINR	<i>Signal-to-Interference-plus-Noise Ratio</i>
SNR	<i>Signal-to-Noise Ratio</i>
SWIPT	<i>Simultaneous Wireless Information and Power Transfer</i>
TDMA	<i>Time Division Multiple Access</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

α	expoente de perda de percurso
a_ℓ	fator de alocação de potência do ℓ -ésimo usuário
β	fator de amplificação do <i>relay</i> operando sob o protocolo amplifica-e-encaminha
B_w	largura de banda
C	capacidade do sistema
D_ℓ	ℓ -ésimo destino (ou usuário)
d_{AB}	distâncias do enlace entre os nós $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$
$E[\cdot]$	esperança matemática
E_n	função erro de truncamento
$F_A[\cdot]$	CDF de uma variável aleatória A
$f_A[\cdot]$	PDF de uma variável aleatória A
γ	SNR recebida
γ_0	SNR transmitida
h_ℓ	coeficiente complexo do canal para o ℓ -ésimo enlace
h_{AB}	coeficiente complexo do canal para o enlace entre os nós $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$
K	número de <i>relays</i>
L	número de destinos
$L_n(x)$	polinômio de Laguerre de n -ésima ordem
M	comprimento do bloco (ou <i>frame</i>)
$n_{AB}(t)$	sinal do ruído AWGN no enlace entre os nós $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$
N_0	potência média do ruído AWGN
Ω_{AB}	ganho médio do canal para o enlace entre os nós $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$
OP_ℓ	probabilidade de <i>outage</i> para ℓ -ésimo usuário
P_S	potência transmitida do nó fonte
P_{R_k}	potência transmitida do k -ésimo <i>relay</i>
$r_k(t)$	sinal recebido pelo k -ésimo <i>relay</i>
R	limiar alvo de taxa
R_k	k -ésimo <i>relay</i>
$s(t)$	sinal transmitido pelo nó fonte
S	fonte
τ	limiar alvo de SINR para a probabilidade de <i>outage</i>
t	variável temporal
T_d	atraso de processamento
U_k	SNR instantânea devido à RSI recebida pelo k -ésimo <i>relay</i>
w_i	i -ésimo peso de Laguerre
X_k	SNR instantânea recebida pelo k -ésimo <i>relay</i> no primeiro salto
$v_k(t)$	sinal transmitido pelo k -ésimo <i>relay</i>

$x_\ell(t)$	sinal de informação do ℓ -ésimo usuário
x_i	i -ésimo zero do polinômio de Laguerre de n -ésima ordem
$y_{k\ell}$	sinal recebido pelo ℓ -ésimo destino transmitido do k -ésimo <i>relay</i>
$Y_{k\ell}$	SNR instantânea recebida pelo ℓ -ésimo destino transmitida do k -ésimo <i>relay</i> no segundo salto
Z_k	SINR instantânea recebida pelo k -ésimo <i>relay</i> no primeiro salto

SUMÁRIO

	Sumário	11
1	INTRODUÇÃO	13
1.1	Fundamentos Básicos	13
1.2	<i>Non-Orthogonal Multiple Access</i> (NOMA)	14
1.3	Comunicações Cooperativas	16
1.3.1	Disponibilidade do Enlace de Transmissão Direta	16
1.3.2	Protocolos de Retransmissão	17
1.3.3	Modos de Retransmissão <i>Half-Duplex</i> e <i>Full-Duplex</i>	18
1.3.4	Estratégias de Seleção de <i>Relays</i>	19
1.4	Motivação e Trabalhos Relacionados	19
1.5	Contribuições e Organização do Trabalho	21
2	MODELO DO SISTEMA	23
3	PROBABILIDADE DE <i>OUTAGE</i>	27
3.1	Análise Exata	27
3.1.1	Probabilidade de <i>outage</i> de D_1	27
3.1.2	Probabilidade de <i>outage</i> de D_2	28
3.2	Análise do Limitante Inferior	29
3.2.1	Probabilidade de <i>outage</i> de D_1	29
3.2.2	Probabilidade de <i>outage</i> de D_2	30
3.3	Análise Assintótica	31
3.3.1	Probabilidade de <i>outage</i> de D_1	31
3.3.2	Probabilidade de <i>outage</i> de D_2	31
3.4	Análise Aproximada	32
3.4.1	Probabilidade de <i>outage</i> de D_1	32
3.4.2	Probabilidade de <i>outage</i> de D_2	33
4	RESULTADOS NUMÉRICOS	34
5	CONCLUSÕES	41
	Apêndices	42
A.	SINR fim-a-fim recebida instantânea do usuário D_1	42
B.	SINR fim-a-fim recebida instantânea do usuário D_2	45
C.	Probabilidade de Outage Exata do usuário D_1	47

D.	Probabilidade de Outage Exata do usuário D_2	51
	REFERÊNCIAS	56

1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, primeiramente, serão apresentados os fundamentos relacionados ao problema abordado neste trabalho. Em particular, a Seção 1.1 fornece uma breve apresentação dos conceitos básicos sobre o canal com desvanecimento e probabilidade de *outage*, enquanto as Seções 1.2 e 1.3 fornecem uma revisão dos conceitos e da terminologia relativos a NOMA e comunicações cooperativas, respectivamente.

1.1 FUNDAMENTOS BÁSICOS

O desenvolvimento de um sistema eficiente de comunicação sem fio requer uma compreensão detalhada do meio de propagação do sinal, uma vez que um canal de rádio impõe limitações fundamentais para o desempenho desses sistemas. Dentre estes fatores limitantes, tem-se principalmente as variações aleatórias dos estados do canal ao longo do tempo e espaço, em que, de maneira simplificada, estas variações podem ser divididas em efeitos de propagação de grande escala ou de pequena escala. O efeito de grande escala é caracterizado pela perda de percurso (*pathloss*), que é a perda de potência do sinal em função da distância de propagação, e pelo sombreamento (*shadowing*), que é causado pela obstrução do sinal transmitido por grandes objetos tais como edifícios. Além disso, tem-se o efeito de pequena escala, que é caracterizado principalmente pelo desvanecimento (*fading*). O efeito do desvanecimento define as rápidas flutuações na amplitude, fase e atraso do sinal recebido em um curto período de tempo ou distância. Essas rápidas variações se manifestam devido ao fato que um único sinal transmitido pode encontrar elementos refletores, espalhadores e atenuadores aleatórios durante sua propagação, resultando em múltiplas cópias do sinal original, que se combinam vetorialmente de forma construtiva ou destrutiva no receptor [1].

Devido essas variações no envelope do sinal recebido em decorrência do desvanecimento, um sistema de comunicação sem fio pode não suportar uma dada taxa de transmissão sem erros com 100% de confiabilidade; no entanto, para uma determinada relação sinal-ruído (SNR, *signal-to-noise ratio*) recebida do sistema, γ , a capacidade do mesmo pode suportar uma taxa de dados com uma dada probabilidade, referida na literatura como probabilidade de *outage* (OP, *outage probability*). A fim de avaliar o desempenho do sistema em termos da confiabilidade, defini-se probabilidade de *outage* como a probabilidade da capacidade do sistema, $C(\gamma) = \log_2(1 + \gamma)$ bits/s/Hz [2], ser menor que uma dada taxa de transmissão, R , como segue

$$\text{OP} = \Pr(C(\gamma) < R). \quad (1.1)$$

Equivalentemente, a probabilidade de *outage* pode ser definida como a probabilidade da SNR recebida, γ , estar abaixo de um determinado limiar alvo de SNR, $\tau \triangleq 2^R - 1$ [3], ou seja

$$\text{OP} = \Pr(\gamma < \tau). \quad (1.2)$$

1.2 NON-ORTHOGONAL MULTIPLE ACCESS (NOMA)

NOMA é uma técnica por meio da qual vários usuários podem compartilhar os mesmos recursos de tempo, frequência ou código, ajustando sua relação de alocação de potência. A motivação por trás desta abordagem reside no fato de que a técnica NOMA, uma vez que explora oportunamente as condições do canal, é capaz de atender a múltiplos usuários com diferentes requisitos de qualidade de serviço (QoS, *quality of service*), usando um mesmo recurso. Além disto, NOMA é apontado como uma potencial estratégia para ser integrada com os paradigmas de acesso múltiplo tradicionais (isto é, FDMA, TDMA, CDMA e OFDMA), uma vez que explora a nova dimensão do domínio da potência. Desse modo, a técnica NOMA permite alcançar uma maior eficiência no uso do espectro, taxas de dados mais elevadas e latências de transmissão baixas. Em uma rede baseada em NOMA, os usuários com as melhores condições de canal removem primeiramente as mensagens destinadas a outros usuários da rede, aplicando um algoritmo de cancelamento sucessivo de interferência (SIC, *successive interference cancellation*), para então decodificar suas próprias mensagens [4–6]. Para melhor explicar estes conceitos, considere um cenário de *downlink* entre um nó fonte S e L nós destino $\{D_\ell\}_{\ell=1}^L$, os quais acessam o canal usando NOMA. Assuma que todos os nós são providos de uma única antena, transmitindo seus sinais sobre uma mesma largura de banda B_w , conforme apresentado na Fig. 1. Para esse cenário, o sinal transmitido pela fonte S, contendo as mensagens sobrepostas dos L destinos pode ser expresso como

$$s(t) = \sum_{\ell=1}^L \sqrt{a_\ell P_S} x_\ell(t), \quad (1.3)$$

em que $x_\ell(t)$ e a_ℓ denotam o sinal de interesse e o fator de alocação de potência do ℓ -ésimo destino, respectivamente, com $\sum_{\ell=1}^L a_\ell = 1$, e P_S é a potência transmitida da fonte. Em consequência, o sinal recebido no ℓ -ésimo destino é dado por

$$y_\ell(t) = h_\ell s(t) + n_\ell(t), \quad (1.4)$$

em que h_ℓ e $n_\ell(t)$ representam, respectivamente, o coeficiente complexo do canal e o ruído Gaussiano branco aditivo (AWGN, *additive white Gaussian noise*) presente no receptor do ℓ -ésimo destino. Para obter a informação de interesse, o usuário com a melhor condição de

Figura 1 – Transmissão no *downlink* de S para L destinos, os quais acessam o canal através de NOMA, aplicando SIC.

canal (referido na literatura como *near user*) decodificará e subtrairá de forma sucessiva, a partir do sinal composto, os sinais correspondentes aos outros usuários que apresentam pior condição de canal, mas que foram alocados com maior fator de alocação de potência. Como exemplificado na Fig. 1, o fator de alocação de potência de cada usuário é alocado de maneira inversamente proporcional ao valor do ganho do canal correspondente, $|h_\ell|^2$, ou seja, para $|h_1|^2 > |h_2|^2 > \dots > |h_L|^2$, tem-se que $a_1 < a_2 < \dots < a_L$. Assim, o destino D_1 , por apresentar a melhor condição de canal entre todos os usuários, recebe o menor fator de alocação de potência. Logo, para obter o sinal de interesse x_1 , D_1 executa um algoritmo de SIC, para decodificar e suprimir de forma sucessiva e decrescente em relação aos ganhos do canal, os sinais correspondentes aos usuários $D_L, D_{L-1}, \dots, D_2$, ou seja, os sinais $x_L, x_{L-1}, \dots, x_2$, respectivamente. Por sua vez, o destino D_2 , executa o processo de SIC para suprimir os sinais dos usuários $D_L, D_{L-1}, \dots, D_3$, ou seja, $x_L, x_{L-1}, \dots, x_3$, a fim de obter o sinal de interesse x_2 . Note que, nesse caso, o sinal de interesse x_2 é sujeito à interferência do sinal x_1 pertencente ao destino D_1 . No entanto, o sinal x_2 é possível de ser recuperado, uma vez que o destino D_2 foi alocado com um fator de alocação de potência maior em relação àquele de D_1 , conforme mostrado na Fig. 1. Por último, para recuperar o sinal de interesse do destino D_L , x_L , a partir do sinal composto, sendo, portanto, sujeito à interferência causada pelos sinais dos outros destinos da rede, não existe a necessidade de executar o algoritmo de SIC, já que o destino D_L foi alocado com o maior fator de

alocação de potência, por apresentar a pior condição de canal dentre todos os usuários.

Como observado na Fig. 1, o conceito de NOMA pode ser aplicado para um cenário geral com múltiplos usuários. No entanto, é importante resaltar que, o uso dos algoritmos de sobreposição de sinais e de SIC, efetuados pelo transmissor e receptor, respectivamente, aumentam o custo computacional nos terminais da rede. Por este motivo, estratégias de emparelhamento ou agrupamento que considerem até dois destinos se tornam uma abordagem efetiva para reduzir a complexidade do sistema de modo a usufruir eficientemente das vantagens de NOMA [7].

1.3 COMUNICAÇÕES COOPERATIVAS

Tradicionalmente, os sistemas de comunicação sem fio são concebidos de modo que um ou vários usuários se comuniquem individualmente e de forma direta, isto é, através de um enlace ponto-a-ponto, com a respectiva estação base associada ou vice-versa. Um sistema de comunicação sem fio cooperativo se refere a um outro tipo de arquitetura, que se difere da abordagem tradicional, já que a transmissão de um dado usuário é aprimorada de maneira cooperativa por outros usuários da rede, chamados de *relays*. Existem diferentes tipos e combinações de sistemas cooperativos, desta forma, os parâmetros mais relevantes serão citados nesta seção, de modo a contextualizar a arquitetura e os protocolos do modelo proposto neste trabalho.

1.3.1 Disponibilidade do Enlace de Transmissão Direta

Em um processo de comunicação sem fio, dependendo das condições de propagação do sinal, pode ou não haver a presença do enlace de transmissão direta entre fonte e destino [3].

- **Comunicação sem enlace de transmissão direta:** Situações com obstáculos e sombramento severo entre uma dada fonte S e um destino D fazem com que haja a necessidade da utilização de um ou vários *relays* $\{R\}_{k=1}^K$ para uma transmissão confiável dos dados. Este cenário é tipicamente conhecido na literatura como extensão de cobertura (*coverage extension*), conforme apresentado na Fig. 2a [3].
- **Comunicação com enlace de transmissão direta:** Por outro lado, os ganhos de diversidade espacial do sistema podem ser maximizados com a presença do enlace de transmissão direta, uma vez que a mesma informação pode ser transmitida para o destino D, através de caminhos independentes, tanto pela fonte S quanto pelos K *relays*, conforme apresentado na Fig. 2b. Este tipo de diversidade espacial é conhecido na literatura como diversidade cooperativa (*cooperative diversity*) [8].

Figura 2 – Sistema cooperativo com K relays, para um cenário de comunicação entre fonte e destino (a) sem enlace de transmissão direta e (b) com enlace de transmissão direta.

1.3.2 Protocolos de Retransmissão

As técnicas de processamento e retransmissão do sinal recebido por um *relay* podem ser classificadas principalmente em dois protocolos [9]:

- **Amplifica-e-encaminha (AF, *amplify-and-forward*):** Classificado como um protocolo de retransmissão transparente (*transparent relaying*), ou seja, não modifica, de qualquer forma, a informação presente no sinal, esse protocolo é caracterizado como um dos métodos mais simples de retransmissão, uma vez que o *relay* apenas amplifica e retransmite o sinal recebido. Esta simplicidade, consequentemente, implica em menor complexidade e custo computacional na retransmissão. Dependendo do fator de amplificação usado, um *relay* do tipo AF pode ainda ser classificado como sendo de (i) ganho fixo cego (*blind*), que é o caso mais simples e subótimo, já que o *relay* transmite com um ganho constante, predefinido durante sua fase de projeto; (ii) ganho fixo semi cego (*semi-blind*), em que o fator de amplificação é determinado em função dos valores médios do ganho do canal correspondente ao enlace fonte-*relay*; e (iii) ganho variável, em que o fator de amplificação assume um valor variável, se adaptando constantemente as mudanças instantâneas no estado do canal entre fonte e *relay* [9].
- **Decodifica-e-encaminha (DF, *Decode-and-Forward*):** Um *relay* do tipo DF é classificado como um protocolo de retransmissão regenerativo (*regenerative relaying*), pois neste caso a informação e/ou a forma de onda podem ser modificados.

Figura 3 – Cenário de dois saltos (*dual hop*), com um *relay* do tipo FD na presença de auto interferência residual.

Um *relay* do tipo DF detecta, decodifica, regenera e recodifica o sinal proveniente da fonte antes de retransmiti-lo ao destino. O protocolo DF mostra-se mais efetivo do que o protocolo AF em termos das principais métricas de desempenho, como por exemplo, a probabilidade de *outage* e a taxa de erro de bit (BER, *bit error rate*), principalmente em condições de baixa SNR. Entretanto, sua operação requer uma maior complexidade, necessitando de recursos de *hardware* mais potentes [9].

1.3.3 Modos de Retransmissão *Half-Duplex* e *Full-Duplex*

De acordo com a operação dos *relays*, as técnicas de retransmissão podem ser classificadas em duas formas básicas, nomeadas, retransmissão *half duplex* (HD) e retransmissão *full duplex* (FD). No modo de retransmissão HD, o *relay* recebe e encaminha os sinais em canais ortogonais (por exemplo, frequências ou intervalos de tempo distintos), desta maneira consumindo o dobro de recursos do canal, quando comparado com uma comunicação ponto-a-ponto entre fonte e destino, causando perda em eficiência espectral. Por outro lado, o modo FD permite recuperar a perda em eficiência espectral inerente ao modo HD, já que o *relay* é capaz de receber e transmitir os sinais na mesma frequência e no mesmo intervalo de tempo. Em contrapartida, conforme mostrado na Fig. 3, os *relays* do tipo FD são sujeitos ao efeito prejudicial da auto interferência, causada pela “fuga” do sinal da antena transmissora para a sua própria antena receptora [10], o que pode degradar significativamente o desempenho do sistema. Para contornar este problema, diversos estudos mostram que, a partir de diferentes técnicas de cancelamento de auto interferência, é possível mitigar esse efeito, tornando factível a implementação do modo de retransmissão FD [11]. Estas técnicas podem ser divididas em (i) esquemas de cancelamento passivos, em que o sinal de auto interferência é mitigado antes de ser processada pelo circuito receptor do *relay*, tal como nos esquemas de isolamento natural, polarização ortogonal e seleção de antenas; e (ii) esquemas de cancelamento ativos (analógicos ou digitais), em que o sinal de auto interferência é suprimido no *relay*, ao subtrair uma réplica processada do sinal transmitido a partir do sinal recebido. Contudo, devido a imperfeições e condições não ideais no processo de cancelamento, mesmo após o uso combinado dessas técnicas, o sinal de auto interferência pode não ser completamente mitigado. Desse modo, o *relay* ainda sofre com o efeito da auto interferência residual (RSI, *residual self-interference*) [12].

1.3.4 Estratégias de Seleção de *Relays*

Para um cenário com múltiplos *relays*, as técnicas de seleção de *relays* surgiram com objetivo de usufruir da diversidade espacial fornecida pelas comunicações cooperativas, mesmo usando apenas um *relay*, escolhido dentre os outros nós dispostos a cooperar. [13,14]. Existem duas estratégias principais de seleção de *relays*:

- **Seleção oportunista de *relays* (ORS, *Opportunistic Relay Selection*):** Nessa estratégia, um único *relay* é escolhido para assistir a fonte com base na informação de estado do canal (CSI, *channel state information*) global, ou seja, de toda a rede. Para tanto, tanto as condições instantâneas de canal dos primeiros saltos (isto é, nos enlaces fonte-*relay*), quanto aquelas dos segundos saltos (nos enlaces *relay*-destino) são levadas em consideração na escolha do *relay* ótimo, que leva ao melhor desempenho do enlace fim-a-fim (*end-to-end*) no sistema. O esquema ORS atinge ganhos significativos de desempenho, entretanto, este protocolo de seleção acarreta em um aumento de complexidade e processamento de informação no sistema [13,14].
- **Seleção parcial de *relays* (PRS, *Partial Relay Selection*):** Nessa estratégia, um *relay* é acionado com base em CSI parcial, isto é, de uma parte da rede. Assim, o *relay* é escolhido a partir das condições instantâneas de canal dos primeiros saltos, ou dos segundos saltos. Consequentemente, o *relay* escolhido não necessariamente leva ao melhor desempenho fim-a-fim do sistema, o que faz com que a estratégia PRS apresente um desempenho inferior à estratégia ORS. Entretanto, a estratégia PRS exige menor custo computacional, devido a que menos CSI é requerida. Sendo de particular interesse em sistemas que precisam de baixa complexidade [14].

Para a aplicação destas estratégias de seleção de *relays*, considera-se que a aquisição dos estados do canal pode ser implementada de maneira centralizada ou distribuída, por exemplo, através da transmissão de sinais pilotos, e que a propriedade de reciprocidade do canal é válida, isto é, que a estimativa do estado de um canal em um dado sentido da comunicação (por exemplo no enlace reverso ou *uplink*) pode ser usada como estimativa do estado desse canal no outro sentido (ou seja, no enlace direto ou *downlink*) [15].

1.4 MOTIVAÇÃO E TRABALHOS RELACIONADOS

Recentemente, o uso combinado de NOMA e retransmissão FD vem ganhando destaque. Com NOMA, é possível ter um aumento em eficiência espectral, já que os sinais de múltiplos usuários são multiplexados no domínio da potência. Entretanto, o uso de NOMA em conjunto com *relays* que operam em modo FD traz um aumento ainda maior na eficiência espectral do sistema, sem abrir mão das vantagens em termos de confiabilidade e extensão de cobertura, provida pelas comunicações cooperativas. Devido a este

fato, diversos trabalhos de pesquisa vem sendo desenvolvidos, os quais avaliam o desempenho de esquemas cooperativos baseados em NOMA. As contribuições decorrentes desses trabalhos podem ser classificadas considerando dois aspectos. O primeiro aspecto é o conceito de NOMA aplicado às redes cooperativas [16–20]. Nesse caso, as transmissões dos usuários que acessam o canal usando NOMA são assistidas por um ou vários *relays*. Por exemplo, em [16, 17], o desempenho do sistema foi avaliado em termos da probabilidade de *outage* e da capacidade ergódica, considerando dois usuários, os quais empregam NOMA, onde o primeiro usuário estabelece comunicação diretamente com a fonte, enquanto o segundo usuário se comunica com a fonte com ajuda de um *relay* do tipo DF. Em [16], considerou-se que o *relay* opera em modo HD, enquanto que em [17], o modo FD foi considerado. Em [18], a probabilidade de *outage* e a capacidade ergódica agregada de uma rede cooperativa baseada em NOMA foram avaliadas, considerando um canal com desvanecimento Nakagami- m , em que a fonte se comunica com múltiplos destinos simultaneamente, através de um *relay* HD do tipo AF. Em [19], a probabilidade de *outage* e a taxa agregada (*sum rate*) de um esquema NOMA em um sistema com múltiplos *relays* AF e PRS foram examinadas, onde uma fonte transmite o sinal para dois destinos com auxílio de um dos vários *relays*, os quais operam em modo HD. Em [20], a probabilidade de *outage* para um esquema de seleção do par usuário-*relay* ótimo, que forneça a maior QoS em um cenário NOMA, foi investigada, onde os múltiplos usuários transmitem suas mensagens para dois destinos, através de um *cluster* de *relays* HD operando sob o protocolo AF. O segundo aspecto é referido na literatura como NOMA cooperativo [21–24]. Nesse caso, à diferença do aspecto anterior, o usuário mais próximo (ou *near user*, terminologia usada para se referir ao usuário com melhores condições de canal em relação à fonte), além de ser um usuário da rede, desempenha também o papel de *relay*, sendo capaz de retransmitir as mensagens destinadas aos usuários mais distantes (ou *far users*, ou seja, aqueles com piores condições de canal). Particularmente, em [21], a probabilidade de *outage* e a ordem de diversidade foram analisadas, para um sistema NOMA cooperativo com uma fonte e vários usuários. Em [22], um esquema de transferência simultânea de informação e potência sem fio (SWIPT, *simultaneous wireless information and power transfer*) foi estudado em um sistema NOMA cooperativo, onde usuários mais próximos à estação base atuam como *relay* de colheita de energia (*energy harvesting*), ao mesmo tempo que cooperam nas transmissões destinadas aos usuários próximos à borda da célula. Em [23], a probabilidade de *outage* e a capacidade ergódica agregada foram avaliadas em um sistema NOMA cooperativo, considerando esquemas de alocação de potência com fatores fixos e ótimos. Nesse caso, considerou-se que os usuários eram equipados com duas antenas e operavam em modo FD. Desta forma, os usuários mais próximos, em relação à estação base são permitidos de operar como *relays* FD, para cooperar com os usuários mais distantes. Por último, em [24], três métricas de desempenho são avaliadas para dois cenários de NOMA cooperativo, mais especificamente, a probabilidade de *outage*, taxa ergódica e eficiência

energética. Ambos os cenários são compostos de dois usuários, que acessam o canal via NOMA e podem operar em modo HD ou FD. O primeiro cenário é caracterizado pela ausência do enlace de transmissão direta entre a estação base e o usuário mais distante, enquanto no segundo, o enlace de transmissão direta é considerado, sendo que o usuário mais próximo atua como um *relay* do tipo DF, para auxiliar o usuário mais distante.

Apesar de todo o progresso alcançado até o momento, até onde é de conhecimento do autor deste trabalho, não existem trabalhos que abordem de maneira combinada as técnicas de NOMA e comunicações cooperativas baseadas em retransmissão FD com PRS. Assim, em evidência dos ganhos em termos de eficiência espectral e confiabilidade possíveis de serem atingidos, neste trabalho é proposto um cenário cooperativo de extensão de cobertura (ou seja, os enlaces diretos entre a fonte e os destinos não estão disponíveis), que consiste de uma fonte e dois destinos, os quais se comunicam através de um *cluster* de *relays* operando em modo FD e sob o protocolo de retransmissão AF. Considera-se que os *relays* são selecionados usando uma estratégia de PRS. Neste cenário, o destino mais próximo em relação à fonte, tomando vantagem da sua melhor condição de canal, usa a estratégia de SIC, para primeiramente decodificar a informação do destino mais distante e então decodificar a sua própria informação. Por outro lado, cabe mencionar que o uso de *relays* FD decorre da vantagem de recuperar a perda de eficiência espectral proveniente da retransmissão no modo HD. A escolha do protocolo AF foi considerada neste trabalho, uma vez que apresenta uma menor complexidade de implementação, quando comparado com o protocolo DF. Seguindo esta mesma diretriz, optou-se pela estratégia PRS, visto que esta precisa apenas do conhecimento parcial de CSI da rede, o que alivia o *feedback overhead* requerido na mesma, quando comparado com aquele da estratégia ORS. Esses atributos apresentados pelo protocolo de retransmissão AF e pela estratégia PRS são características altamente desejáveis em problemas práticos onde a complexidade do sistema é a principal preocupação.

1.5 CONTRIBUIÇÕES E ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Baseado nesta proposta, ou seja, na aplicação do conceito de NOMA às redes cooperativas, o desempenho em termos da probabilidade de *outage* foi analisado, para os dois usuários considerados, os quais acessam o canal usando NOMA. As principais contribuições deste trabalho são listadas como segue:

- Foram obtidas expressões para a relação sinal-interferência-mais-ruído (SINR, *signal-to-interference-plus-noise ratio*) fim-a-fim de cada usuário.
- Expressões analíticas exatas em forma integral da probabilidade de *outage* foram derivadas para ambos os usuários, a partir das expressões de SINR obtidas. Estas expressões foram validadas através de simulações de Monte Carlo.

- Foi obtido uma expressão analítica em forma fechada para o limitante inferior da probabilidade de *outage* exata, a qual mostra ser uma excelente aproximação no regime de média a alta SNR. Em razão disso, a análise do comportamento assintótico da probabilidade de *outage* em alta SNR foi desenvolvida a partir desta expressão. Além disso, derivou-se uma expressão analítica aproximada em forma fechada usando o método de Gauss-Laguerre, a qual se provou ser altamente precisa ao longo de todo o intervalo de valores de SNR.
- O impacto dos diferentes parâmetros do sistema na probabilidade de *outage* foi avaliado a partir das expressões analíticas obtidas. Estes parâmetros incluem principalmente o número de *relays*, o fator de alocação de potência atribuído aos usuários que acessam o canal usando NOMA e o valor do ganho médio do canal de auto interferência.
- Uma comparação de desempenho entre os modos de retransmissão HD e FD, para o modelo de sistema proposto, é fornecida.

O restante do trabalho é organizado do seguinte modo. O modelo do sistema é apresentado no Capítulo 2, a partir do qual, expressões para a SINR fim-a-fim de ambos usuários são derivadas. As expressões analíticas exatas, assintóticas, aproximadas e do limitante inferior, para a probabilidade de *outage* desses usuários são derivadas no Capítulo 3. No Capítulo 4, os resultados numéricos são apresentados, no intuito de avaliar o impacto dos principais parâmetros do sistema. Finalmente, no Capítulo 5 são apresentadas as conclusões deste trabalho.

2 MODELO DO SISTEMA

Neste trabalho, um cenário de *downlink* em uma rede cooperativa de dois saltos (*dual hop*), baseada em NOMA e retransmissão FD, é analisado. Considere uma fonte S que pretende se comunicar com dois usuários $\{D_\ell\}_{\ell=1}^2$ usando NOMA, com ajuda de um *relay*, escolhido dentre um *cluster* de K *relays* $\{R_k\}_{k=1}^K$, os quais operam em modo FD e sob o protocolo de retransmissão AF de ganho variável, conforme mostrado na Fig. 4. Os nós S, D_1 e D_2 são equipados com apenas uma antena, enquanto os *relays* são equipados com duas antenas, uma para transmissão e outra para recepção dos sinais, possibilitando a operação FD à custa da auto interferência. A seleção do *relay*, que participará do processo de comunicação entre a fonte e os usuários, é determinada a partir da estratégia PRS, considerando a CSI dos primeiros saltos, isto é, dos enlaces entre a fonte e os *relays*. Além disto, considera-se que todos os enlaces são sujeitos a desvanecimento Rayleigh não seletivo em frequência e AWGN com potência média N_0 . Assim, $X_k = |h_{SR_k}|^2 P_S / N_0$ e $Y_{k\ell} = |h_{R_k D_\ell}|^2 P_R / N_0$, para $k = 1, \dots, K$ e $\ell = 1, 2$, são as SNRs instantâneas dos enlaces entre a fonte e os *relays* (primeiros saltos) e entre os *relays* e os usuários (segundos saltos), respectivamente, em que $h_{SR_k} \sim \mathcal{CN}(0, \Omega_{SR})$ e $h_{R_k D_\ell} \sim \mathcal{CN}(0, \Omega_{RD_\ell})$ são os seus coeficientes complexos do canal correspondentes, modelados como variáveis aleatórias Gaussianas complexas e circularmente distribuídas de média zero e variância $\Omega_{SR} = d_{SR}^{-\alpha}$ e $\Omega_{RD_\ell} = d_{RD_\ell}^{-\alpha}$, sendo d_{SR} a distância entre a fonte e o *cluster* de *relays* e d_{RD_ℓ} a distância entre o *cluster* de *relays* e o ℓ -ésimo usuário; α é o expoente de perda de percurso; e P_S e P_{R_k} são, respectivamente, a potência transmitida de S e R_k , sendo que $P_S = P_{R_k} = P$. Similarmemente como em [10, 14], um algoritmo imperfeito de cancelamento de auto interferência é assumido. Em consequência, a RSI é modelada como um canal com desvanecimento Rayleigh com SNR instantânea $U_k = |h_{RR_k}|^2 P_R / N_0$, em que $h_{RR_k} \sim \mathcal{CN}(0, \Omega_{RR})$ é o coefi-

Figura 4 – Modelo do sistema.

ente complexo do canal de auto interferência. Sem perda de generalidade, o ruído AWGN presente nos enlaces entre os nós S, R_k e D_ℓ , são denotados por $n_{SR_k}(t) \sim \mathcal{CN}(0, N_0)$ e $n_{R_k D_\ell}(t) \sim \mathcal{CN}(0, N_0)$. Assumi-se um cenário de extensão de cobertura, ou seja, devido a obstáculos físicos ou sombreamento severo, o enlace de transmissão direta entre S e D_ℓ não está indisponível e a comunicação é apenas viável através dos *relays* cooperativos.

A fim de implementar NOMA, assumi-se que D_1 e D_2 são o usuário mais distante (*far user*) e o usuário mais próximo (*near user*) respectivamente; portanto, tem-se que $|h_{R_k D_1}|^2 < |h_{R_k D_2}|^2$. Assim, o processo de comunicação é dividido em duas fases consecutivas. Na primeira fase, S transmite o sinal de informação para todos os *relays*, que é dado por

$$s(t) = \sqrt{a_1 P_S} x_1(t) + \sqrt{a_2 P_S} x_2(t), \quad (2.1)$$

em que a_1 e a_2 são os fatores de alocação de potência dos usuários D_1 e D_2 , usados para implementar NOMA, tal que $a_1 > a_2$ e $a_1 + a_2 = 1$; $x_1(t)$ e $x_2(t)$ são os sinais de interesse dos usuários D_1 e D_2 , respectivamente; e t denota o tempo. Desse modo, o sinal recebido no *relay* R_k é dado por

$$r_k(t) = h_{SR_k} s(t) + h_{RR_k} \sqrt{P_R} v_k(t) + n_{SR_k}(t), \quad (2.2)$$

em que

$$v_k(t) = \beta r_k(t - T_d) \quad (2.3)$$

é o sinal transmitido pelo k -ésimo *relay* na segunda fase do processo de comunicação, sendo β o fator de amplificação relativo ao protocolo de retransmissão AF e T_d o atraso de processamento da informação. Assumi-se que o atraso T_d é maior que o intervalo de tempo de símbolo do sinal, de modo a evitar a correlação entre os símbolos recebidos e os transmitidos pelo *relay* em um certo intervalo de tempo.

Para um cenário cooperativo, considerando o protocolo AF e o modo de retransmissão FD, o sinal transmitido pelo k -ésimo *relay* pode ser reformulado como

$$v_k(t) = \beta \sum_{j=1}^M (\beta h_{RR_k} \sqrt{P_R})^{j-1} [h_{SR_k} s(t - jT_d) + n_{SR_k}(t - jT_d)], \quad (2.4)$$

em que M é o comprimento do bloco (ou *frame*), que tipicamente contém uma grande quantidade de símbolos. Para obter (2.4) realizou-se substituições recursivas de (2.2) em

(2.3), como segue

$$\begin{aligned}
v_k(t) &= \beta[h_{\text{SR}_k}s(t - T_d) + h_{\text{RR}_k}\sqrt{P_R}v_k(t - T_d) + n_{\text{SR}_k}(t - T_d)], \\
&= \beta[h_{\text{SR}_k}s(t - T_d) + n_{\text{SR}_k}(t - T_d)] + \beta^2[h_{\text{RR}_k}\sqrt{P_R}r_k(t - 2T_d)] \\
&= \beta[h_{\text{SR}_k}s(t - T_d) + n_{\text{SR}_k}(t - T_d)] + \beta^2h_{\text{RR}_k}\sqrt{P_R}[h_{\text{SR}_k}s(t - 2T_d) + n_{\text{SR}_k}(t - 2T_d)] \\
&\quad + \beta^2h_{\text{RR}_k}^2(\sqrt{P_R})^2v_k(t - 2T_d) \\
&= \beta[h_{\text{SR}_k}s(t - T_d) + n_{\text{SR}_k}(t - T_d)] + \beta^2h_{\text{RR}_k}\sqrt{P_R}[h_{\text{SR}_k}s(t - 2T_d) + n_{\text{SR}_k}(t - 2T_d)] \\
&\quad + \beta^3h_{\text{RR}_k}^2(\sqrt{P_R})^2[h_{\text{SR}_k}s(t - 3T_d) + h_{\text{RR}_k}\sqrt{P_R}v_k(t - 3T_d) + n_{\text{SR}_k}(t - 3T_d)] \\
&= \beta[h_{\text{SR}_k}s(t - T_d) + n_{\text{SR}_k}(t - T_d)] + \beta^2h_{\text{RR}_k}\sqrt{P_R}[h_{\text{SR}_k}s(t - 2T_d) + n_{\text{SR}_k}(t - 2T_d)] \\
&\quad + \beta^3h_{\text{RR}_k}^2(\sqrt{P_R})^2[h_{\text{SR}_k}s(t - 3T_d) + n_{\text{SR}_k}(t - 3T_d)] + \beta^4h_{\text{RR}_k}^3(\sqrt{P_R})^3r_k(t - 4T_d) \\
&= \beta\{[h_{\text{SR}_k}s(t - T_d) + n_{\text{SR}_k}(t - T_d)] + \beta h_{\text{RR}_k}\sqrt{P_R}[h_{\text{SR}_k}s(t - 2T_d) + n_{\text{SR}_k}(t - 2T_d)] \\
&\quad + \beta^2h_{\text{RR}_k}^2(\sqrt{P_R})^2[h_{\text{SR}_k}s(t - 3T_d) + n_{\text{SR}_k}(t - 3T_d)] + \beta^3h_{\text{RR}_k}^3(\sqrt{P_R})^3r_k(t - 4T_d)\}.
\end{aligned}$$

Substituindo (2.1) em (2.4), tem-se que

$$\begin{aligned}
v_k(t) &= \beta \sum_{j=1}^M (\beta h_{\text{RR}_k} \sqrt{P_R})^{j-1} \\
&\quad \times \left\{ h_{\text{SR}_k} \left[\sqrt{a_1 P_S} x_1(t - jT_d) + \sqrt{a_2 P_S} x_2(t - jT_d) \right] + n_{\text{SR}_k}(t - jT_d) \right\}. \quad (2.5)
\end{aligned}$$

Para entender melhor a natureza da expressão em (2.5), a mesma pode ser reescrita em quatro componentes: (i) o sinal de interesse de D_1 , (ii) o sinal de interesse de D_2 , (iii) o sinal de ruído e (iv) o sinal de auto interferência, como segue

$$\begin{aligned}
v_k(t) &= \underbrace{\beta h_{\text{SR}_k} \sqrt{a_1 P_S} x_1(t - T_d)}_{\text{informação de } D_1} + \underbrace{\beta h_{\text{SR}_k} \sqrt{a_2 P_S} x_2(t - T_d)}_{\text{informação de } D_2} + \underbrace{\beta n_{\text{SR}_k}(t - T_d)}_{\text{ruído}} \\
&\quad + \underbrace{\beta \sum_{j=2}^M (\beta h_{\text{RR}_k} \sqrt{P_R})^{j-1} \{h_{\text{SR}_k} [\sqrt{a_1 P_S} x_1(t - jT_d) + \sqrt{a_2 P_S} x_2(t - jT_d)] + n_{\text{SR}_k}(t - jT_d)\}}_{\text{auto interferência}}. \quad (2.6)
\end{aligned}$$

Por outro lado, o fator de amplificação β , relativo ao protocolo AF, pode ser obtido a partir da potência do sinal $v_k(t)$ definido em (2.5), a qual é dada por

$$\begin{aligned}
E\{v_k(t)^2\} &= \beta^2 \sum_{j=1}^M (\beta^2 |h_{\text{RR}_k}|^2 P_R)^{j-1} [|h_{\text{SR}_k}|^2 P_S + N_0] \\
&\stackrel{(a)}{=} (1 - \beta^2 |h_{\text{RR}_k}|^2 P_R)^{-1} [|h_{\text{SR}_k}|^2 P_S + N_0], \quad (2.7)
\end{aligned}$$

em que, sem perda de generalidade, assumiu-se que os sinais transmitidos possuam energia unitária, isto é, $E\{x_1^2(t)\} = E\{x_2^2(t)\} = E\{v_k^2(t)\} = 1$, sendo $E\{\cdot\}$ o operador de esperança matemática. Além disso, no passo (a), usou-se a fórmula de convergência de uma progressão geométrica com razão $\beta^2 |h_{\text{RR}_k}|^2 P_R < 1$. Desta forma, de (2.7), tem-se que o fator de amplificação para o protocolo AF é obtido como

$$\beta^2 = [|h_{\text{SR}_k}|^2 P_S + |h_{\text{RR}_k}|^2 P_R + N_0]^{-1}. \quad (2.8)$$

Por outro lado, os sinais recebidos pelos destinos D_1 e D_2 , retransmitidos por R_k , são dados, respectivamente, por

$$y_{R_k D_1}(t) = h_{R_k D_1} \sqrt{P_R} v_k(t) + n_{R_k D_1}(t), \quad (2.9)$$

$$y_{R_k D_2}(t) = h_{R_k D_2} \sqrt{P_R} v_k(t) + n_{R_k D_2}(t). \quad (2.10)$$

Uma vez especificado o modelo de sinais, as expressões correspondentes a SINR dos enlaces fim-a-fim, para os usuários D_1 e D_2 , serão apresentadas a seguir.

Lema 1. A expressão da SINR fim-a-fim instantânea para o usuário mais distante D_1 , em um esquema cooperativo com K relays usando NOMA e PRS, é dada por

$$\gamma_{R_k D_1} = \frac{a_1 X_k Y_{k1}}{a_2 X_k Y_{k1} + Y_{k1} U_k + X_k + Y_{k1} + U_k + 1}. \quad (2.11)$$

Prova. Vide Apêndice A. □

Para o sistema sob estudo, de acordo com o esquema NOMA, o usuário mais próximo D_2 deve primeiramente decodificar a mensagem do usuário D_1 , o que é factível uma vez que $a_1 > a_2$, por princípio de operação do esquema NOMA. Assim, de posse da mensagem de D_1 , o usuário D_2 é capaz de decodificar sua própria mensagem, usando um processo de SIC. Para tanto, os Lemas 2 e 3 são introduzidos.

Lema 2. A expressão da SINR fim-a-fim instantânea para o usuário mais distante D_1 , obtida a partir do sinal recebido pelo usuário mais próximo D_2 , em um esquema cooperativo com K relays do tipo FD-AF, usando NOMA e PRS, é dada por

$$\gamma_{R_k D_{12}} = \frac{a_1 X_k Y_{k2}}{a_2 X_k Y_{k2} + Y_{k2} U_k + X_k + Y_{k2} + U_k + 1}. \quad (2.12)$$

Prova. Segue-se um procedimento similar ao detalhado no Apêndice A. □

Lema 3. A expressão da SINR fim-a-fim instantânea para o usuário mais próximo, D_2 , em um esquema cooperativo com K relays do tipo FD-AF, usando NOMA e PRS, é dado por

$$\gamma_{R_k D_2} = \frac{a_2 X_k Y_{k2}}{Y_{k2} U_k + X_k + Y_{k2} + U_k + 1} \quad (2.13)$$

Prova. Vide Apêndice B. □

Para o esquema PRS baseado em CSI dos primeiros saltos, tem-se que o índice do relay escolhido, para participar do processo de comunicação entre a fonte e os destinos, é determinado como

$$k^* = \arg \max_{k=1, \dots, K} \left(\frac{X_k}{U_k + 1} \right), \quad (2.14)$$

ou seja, escolhe-se o relay que apresenta a maior SINR no primeiro salto.

3 PROBABILIDADE DE *OUTAGE*

Neste capítulo serão apresentadas as expressões analíticas da probabilidade de *outage* para os usuários D_1 e D_2 , obtidas a partir de uma análise exata, aproximada, assintótica e do limitante inferior.

3.1 ANÁLISE EXATA

Nesta seção, a probabilidade de *outage* exata é analisada para os usuários D_1 e D_2 . Por simplicidade, os limiares de SINR usados para definir o evento de *outage* dos usuários D_1 e D_2 , τ_1 e τ_2 , são assumidos como sendo iguais, isto é $\tau_1 = \tau_2 = \tau$.

3.1.1 Probabilidade de *outage* de D_1

A probabilidade de *outage* do usuário D_1 é definida como a probabilidade da SINR fim-a-fim instantânea, dada em (2.11), estar abaixo do limiar τ , ou seja

$$\text{OP}_1 = \Pr(\gamma_{R_{k^*}D_1} < \tau). \quad (3.1)$$

Substituindo (2.11) em (3.1), levando em consideração o *relay* escolhido, ou seja, para $k = k^*$, tem-se que

$$\text{OP}_1 = \Pr\left(\frac{a_1 X_{k^*} Y_{k^*1}}{a_2 X_{k^*} Y_{k^*1} + Y_{k^*1} U_{k^*} + X_{k^*} + Y_{k^*1} + U_{k^*} + 1} < \tau\right), \quad (3.2)$$

onde usou-se $k = k^*$, para se referir à SINR fim-a-fim obtida através do *relay* escolhido, de acordo com o critério dado em (2.14). A partir de (3.2), uma expressão exata para a probabilidade de *outage* do usuário D_1 é obtida, conforme apresentado na proposição seguinte.

Proposição 1. A probabilidade de *outage* exata para o usuário mais distante, D_1 , em um esquema cooperativo com K *relays* do tipo FD-AF, usando NOMA e PRS, é dada por

$$\text{OP}_1 = 1 - e^{-\frac{\tilde{\tau}}{\bar{\gamma}_{RD_1}}} + \frac{e^{-\frac{\tilde{\tau}}{\bar{\gamma}_{RD_1}}}}{\bar{\gamma}_{RD_1}} \int_0^\infty \left[1 - \frac{e^{-\frac{(y_1 + \tilde{\tau} + 1)\tilde{\tau}}{y_1 \bar{\gamma}_{SR}}}}{1 + \frac{\bar{\gamma}_{RR}(y_1 + \tilde{\tau} + 1)\tilde{\tau}}{y_1 \bar{\gamma}_{SR}}} \right]^K e^{-\frac{y_1}{\bar{\gamma}_{RD_1}}} dy_1, \quad (3.3)$$

em que $\tilde{\tau} \triangleq \tau/(a_1 - a_2\tau)$ e $\bar{\gamma}_{SR} = \gamma_0 \Omega_{SR}$, $\bar{\gamma}_{RD_1} = \gamma_0 \Omega_{RD_1}$ e $\bar{\gamma}_{RR} = \gamma_0 \Omega_{RR}$ denotam as SNRs dos enlaces entre S e R, entre R e D_1 e de auto interferência, respectivamente, sendo $\gamma_0 = P/N_0$ a SNR transmitida.

Prova. Vide Apêndice C. □

3.1.2 Probabilidade de *outage* de D_2

O usuário D_2 estará em *outage* quando uma das seguintes condições for satisfeita: (i) a SINR fim-a-fim de D_1 , relativa a D_2 , estiver abaixo do limiar τ , o que implica que o processo de SIC em D_2 falha ou (ii) a SINR fim-a-fim do usuário D_2 , após executar com sucesso o processo de SIC, estiver abaixo do limiar τ . Consequentemente, a probabilidade de *outage* para o usuário D_2 é definida como

$$\text{OP}_2 = \Pr(\gamma_{R_k^* D_{12}} < \tau) + \Pr(\gamma_{R_k^* D_2} < \tau, \gamma_{R_k^* D_{12}} > \tau). \quad (3.4)$$

Substituindo (2.12) e (2.13) em (3.4), levando em consideração o *relay* escolhido, ou seja, para $k = k^*$, tem-se que

$$\begin{aligned} \text{OP}_2 = & \left(\frac{a_1 X_{k^*} Y_{k^*2}}{a_2 X_{k^*} Y_{k^*2} + Y_{k^*2} U_{k^*} + X_{k^*} + Y_{k^*2} + U_{k^*} + 1} < \tau \right) \\ & + \Pr \left(\frac{a_2 X_{k^*} Y_{k^*2}}{Y_{k^*2} U_{k^*} + X_{k^*} + Y_{k^*2} + U_{k^*} + 1} < \tau, \frac{a_1 X_{k^*} Y_{k^*2}}{a_2 X_{k^*} Y_{k^*2} + Y_{k^*2} U_{k^*} + X_{k^*} + Y_{k^*2} + U_{k^*} + 1} > \tau \right), \end{aligned} \quad (3.5)$$

ou ainda, usando a identidade dada por [25, cap. 2]

$$\Pr(A, B) = \Pr(A) - \Pr(A, \bar{B}), \quad (3.6)$$

tem-se que a probabilidade de *outage* em (3.5) pode ser expressa como

$$\text{OP}_2 = \Pr \left(\min \left\{ \frac{a_1 X_{k^*} Y_{k^*2}}{a_2 X_{k^*} Y_{k^*2} + Y_{k^*2} U_{k^*} + X_{k^*} + Y_{k^*2} + U_{k^*} + 1}, \frac{a_2 X_{k^*} Y_{k^*2}}{Y_{k^*2} U_{k^*} + X_{k^*} + Y_{k^*2} + U_{k^*} + 1} \right\} < \tau \right). \quad (3.7)$$

De (3.5), uma expressão exata para probabilidade de *outage* do usuário D_2 é obtida, conforme apresentado na proposição seguinte.

Proposição 2. A probabilidade de *outage* exata para o usuário mais próximo, D_2 , em um esquema cooperativo com K *relays* do tipo FD-AF, usando NOMA e PRS, é dado por

$$\text{OP}_2 = 1 - e^{-\frac{\theta}{\bar{\gamma}_{RD_2}}} + \frac{e^{-\frac{\theta}{\bar{\gamma}_{RD_2}}}}{\bar{\gamma}_{RD_2}} \int_0^\infty \left[1 - \frac{e^{-\frac{(y_1 + \theta + 1)\theta}{y_2 \bar{\gamma}_{SR}}}}{1 + \frac{\bar{\gamma}_{RR}(y_2 + \theta + 1)\theta}{y_2 \bar{\gamma}_{SR}}} \right]^K e^{-\frac{y_2}{\bar{\gamma}_{RD_2}}} dy_2, \quad (3.8)$$

em que $\theta \triangleq \max \{\tilde{\tau}, \tau'\}$; $\tau' \triangleq \tau/a_2$ e $\bar{\gamma}_{RD_2} = \gamma_0 \Omega_{RD_2}$ denota a SNR do enlace entre R e D_2 .

Prova. Vide Apêndice D. □

Infelizmente, as expressões (3.3) e (3.8) não apresentam soluções em forma fechada. Entretanto, as mesmas podem ser avaliadas numericamente.

3.2 ANÁLISE DO LIMITANTE INFERIOR

Com o intuito de derivar uma expressão para o limitante inferior das expressões exatas dadas em (3.3) e (3.8), usou-se a seguinte relação bem conhecida na literatura, para dois valores arbitrários de SNR, A e B , dado por [14]

$$\frac{AB}{A+B} \leq \min\{A, B\}. \quad (3.9)$$

Cabe mencionar que o termo $\min\{\cdot, \cdot\}$, à direta da desigualdade, resulta em uma excelente aproximação para a razão em (3.9), quando considerado o regime de alta SNR, conforme será apresentado adiante.

3.2.1 Probabilidade de *outage* de D_1

Uma expressão para o limitante inferior da probabilidade de *outage* do usuário D_1 , dada em (3.3), é apresentada na seguinte proposição

Proposição 3. Uma expressão para o limitante inferior da probabilidade de *outage* do usuário mais distante, D_1 , em um esquema cooperativo com K relays do tipo FD-AF, usando NOMA e PRS, é dada por

$$\text{OP}_1^{\text{LI}} = 1 - \left(1 - \left[1 - \frac{e^{-\frac{\tilde{\tau}}{\gamma_{\text{SR}}}}}{1 + \frac{\gamma_{\text{RR}}}{\gamma_{\text{SR}}} \tilde{\tau}} \right]^K \right) e^{-\frac{\tilde{\tau}}{\gamma_{\text{RD}_1}}} \quad (3.10)$$

Prova. Usando (3.9) na expressão de OP_1 , dada em (C.1), em que $Z_k \triangleq X_k/(U_k + 1)$, um limitante inferior para a probabilidade de *outage* do usuário D_1 é dada por

$$\begin{aligned} \text{OP}_1^{\text{LI}} &\stackrel{(b)}{=} \Pr \left(\frac{a_1 Z_{k^*} Y_{k^*1}}{a_2 Z_{k^*} Y_{k^*1} + Z_{k^*} + Y_{k^*1}} < \tau \right) \\ &= \Pr (a_1 Z_{k^*} Y_{k^*1} < (a_2 Z_{k^*} Y_{k^*1} + Z_{k^*} + Y_{k^*1}) \tau) \\ &= \Pr (Z_{k^*} Y_{k^*1} (a_1 - a_2 \tau) < (Z_{k^*} + Y_{k^*1}) \tau) \\ &= \Pr \left(\frac{Z_{k^*} Y_{k^*1}}{Z_{k^*} + Y_{k^*1}} < \frac{\tau}{a_1 - a_2 \tau} \right) \\ &= \Pr \left(\frac{Z_{k^*} Y_{k^*1}}{Z_{k^*} + Y_{k^*1}} < \tilde{\tau} \right), \end{aligned} \quad (3.11)$$

em que no passo (b) subtraiu-se a constante 1 do denominador em (C.1). Usando (3.9), para um dado valor de $\tilde{\tau}$, um limitante inferior para a probabilidade OP_1 em (3.12) é dado por

$$\text{OP}_1^{\text{LI}} = \Pr (\min \{Z_{k^*}, Y_{k^*1}\} < \tilde{\tau}). \quad (3.13)$$

Além disso, uma vez que o mínimo entre dois eventos é dado por [25, cap. 2]

$$\Pr (\min \{A, B\}) = 1 - \Pr \{\bar{A}, \bar{B}\}, \quad (3.14)$$

segue que

$$\begin{aligned}
\text{OP}_1^{\text{LI}} &= 1 - \Pr\left(Z_{k^*} > \tilde{\tau}, Y_{k^*1} > \tilde{\tau}\right) \\
&\stackrel{(c)}{=} 1 - \left(1 - \Pr(Z_{k^*} < \tilde{\tau})\right) \left(1 - \Pr(Y_{k^*1} < \tilde{\tau})\right) \\
&= 1 - \left(1 - F_{Z_{k^*}}(\tilde{\tau})\right) \left(1 - F_{Y_{k^*1}}(\tilde{\tau})\right) \\
&= 1 - \left(1 - (F_Z(\tilde{\tau}))^K\right) \left(1 - F_{Y_1}(\tilde{\tau})\right),
\end{aligned} \tag{3.15}$$

em que, no passo (c), usou-se a propriedade de independência estatística. Adicionalmente, $F_{Y_1}(y_1) = 1 - \exp(-y_1/\bar{\gamma}_{\text{RD}_1})$ é a CDF de Y_1 e $F_Z(z) = 1 - \exp(-z/\bar{\gamma}_{\text{SR}})/(1 + (\bar{\gamma}_{\text{RR}}/\bar{\gamma}_{\text{SR}})z)$ é a CDF de Z , dada em (C.12). Deste modo, após operações algébricas, obtém-se o limitante inferior de OP_1 , dado em (3.10). $\square$

3.2.2 Probabilidade de *outage* de D_2

Uma expressão para o limitante inferior da probabilidade de *outage* do usuário D_2 é apresentada conforme a seguinte proposição.

Proposição 4. Uma expressão para o limitante inferior da probabilidade de *outage* do usuário mais próximo, D_2 , em um esquema cooperativo com K relays do tipo FD-AF, usando NOMA e PRS, é dada por

$$\text{OP}_2^{\text{LI}} = 1 - \left(1 - \left[1 - \frac{e^{-\frac{\theta}{\bar{\gamma}_{\text{SR}}}}}{1 + \frac{\bar{\gamma}_{\text{RR}}}{\bar{\gamma}_{\text{SR}}}\theta}\right]^K\right) e^{-\frac{\theta}{\bar{\gamma}_{\text{RD}_2}}} \tag{3.16}$$

Prova. Usando (3.9) na expressão de OP_2 em (D.9), um limitante inferior para a probabilidade de *outage* do usuário D_2 é dada por

$$\text{OP}_2^{\text{LI}} \stackrel{(d)}{=} \Pr\left(\frac{Z_{k^*}Y_{k^*2}}{Z_{k^*} + Y_{k^*2}} < \theta\right). \tag{3.17}$$

em que no passo (d) subtraiu-se a constante 1 do denominador em (D.9). Similarmente à prova da Proposição 3, usando (3.9), para um dado valor de θ , um limitante inferior para a probabilidade OP_2 em (3.17) é dado por

$$\text{OP}_2^{\text{LI}} = \Pr(\min\{Z_{k^*}, Y_{k^*2}\} < \theta). \tag{3.18}$$

Usando (3.14)

$$\begin{aligned}
\text{OP}_2^{\text{LI}} &= 1 - \Pr\left(Z_{k^*} > \theta, Y_{k^*2} > \theta\right) \\
&\stackrel{(e)}{=} 1 - \left(1 - \Pr(Z_{k^*} < \theta)\right)\left(1 - \Pr(Y_{k^*2} < \theta)\right) \\
&= 1 - \left(1 - F_{Z_{k^*}}(\theta)\right)\left(1 - F_{Y_{k^*2}}(\theta)\right) \\
&= 1 - \left(1 - (F_Z(\theta))^K\right)\left(1 - F_{Y_2}(\theta)\right),
\end{aligned} \tag{3.19}$$

em que, no passo (e), usou-se a propriedade de independência estatística. Adicionalmente, $F_{Y_2}(y_2) = 1 - \exp(-y_2/\bar{\gamma}_{\text{RD}_2})$ é a CDF de Y_2 e $F_Z(z) = 1 - \exp(-z/\bar{\gamma}_{\text{SR}})/(1 + (\bar{\gamma}_{\text{RR}}/\bar{\gamma}_{\text{SR}})z)$ é a CDF de Z , dada em (C.12). Assim, o limitante inferior de OP_2 , dado por (3.16) é obtido. $\square$

3.3 ANÁLISE ASSINTÓTICA

Para efetuar a análise assintótica considerou-se o fato de que os limitantes OP_1^{LI} e OP_2^{LI} dados em (3.10) e (3.16), respectivamente, resultam em excelentes aproximações para as expressões exatas da probabilidade de *outage* em alta SNR, como poderá ser observado posteriormente no Capítulo 4.

3.3.1 Probabilidade de *outage* de D_1

De (3.10), usando as séries de Maclaurin para a função exponencial, após desconsiderar os termos de ordem superior, uma expressão assintótica em forma fechada, para a probabilidade de *outage* do usuário D_1 , no regime de alta SNR, ou seja, para SNR transmitida $\gamma_0 \rightarrow \infty$, é dada por

$$\text{OP}_1 \simeq \left[\frac{\Omega_{\text{RR}}\tilde{\tau}}{\Omega_{\text{RR}}\tilde{\tau} + \Omega_{\text{SR}}} \right]^K \tag{3.20}$$

3.3.2 Probabilidade de *outage* de D_2

De (3.16), seguindo um processo similar àquele da Seção 3.3.1, uma expressão assintótica em forma fechada, para a probabilidade de *outage* do usuário D_2 , no regime de alta SNR, é dada por

$$\text{OP}_2 \simeq \left[\frac{\Omega_{\text{RR}}\theta}{\Omega_{\text{RR}}\theta + \Omega_{\text{SR}}} \right]^K \tag{3.21}$$

A partir de (3.20) e (3.21), uma vez que estas expressões independem de γ_0 , pode-se concluir que o desempenho em termos da probabilidade de *outage* para ambos os usuários, D_1 e D_2 , convergem assintoticamente a um certo patamar, apresentando, portanto, ganho de diversidade zero [3].

3.4 ANÁLISE APROXIMADA

Nas proposições a seguir, expressões analíticas aproximadas em forma fechada, para as probabilidades de *outage* exatas de ambos os usuários, D_1 e D_2 , são obtidas através do método de integração numérica por quadratura de Gauss-Laguerre, dado por [26, Eq. (25.5.45)]

$$\int_0^\infty f(x) e^{-x} dx = \sum_{i=1}^n \omega_i f(x_i) + E_n, \quad (3.22)$$

em que, a solução de uma integral pode ser aproximada por uma soma ponderada de amostras da função a ser integrada, sendo x_i o i -ésimo zero do polinômio de Laguerre de n -ésima ordem, $L_n(x)$, $\omega_i = x_i / [(n+1)(L_{n+1}(x_i))]^2$ os pesos e $E_n = (n!)^2 f^{(2n)}(\xi) / (2n)!$ função erro de truncamento, onde $0 < \xi < \infty$.

3.4.1 Probabilidade de *outage* de D_1

Proposição 5. Uma expressão aproximada para a probabilidade de *outage* exata do usuário mais distante, D_1 , em um esquema cooperativo com K relays do tipo FD-AF, usando NOMA e PRS, é dada por:

$$\text{OP}_1 \approx 1 - e^{-\frac{\tilde{\tau}}{\tilde{\gamma}_{\text{RD}_1}}} + e^{-\frac{\tilde{\tau}}{\tilde{\gamma}_{\text{RD}_1}}} \sum_{i=1}^n \omega_i f_1(x_i), \quad (3.23)$$

em que

$$f_1(x) = \left[1 - \frac{e^{-\frac{(x\tilde{\gamma}_{\text{RD}_1} + \tilde{\tau} + 1)\tilde{\tau}}{x\tilde{\gamma}_{\text{RD}_1}\tilde{\gamma}_{\text{SR}}}}}{1 + \frac{\tilde{\gamma}_{\text{RR}}(x\tilde{\gamma}_{\text{RD}_1} + \tilde{\tau} + 1)\tilde{\tau}}{x\tilde{\gamma}_{\text{RD}_1}\tilde{\gamma}_{\text{SR}}}} \right]^K. \quad (3.24)$$

Prova. Aplicando (3.22) em (3.3) e usando

$$x = \frac{y_1}{\tilde{\gamma}_{\text{RD}_1}} \rightarrow dy_1 = \tilde{\gamma}_{\text{RD}_1} dx,$$

a probabilidade de *outage* exata do usuário D_1 pode ser reescrita como

$$\text{OP}_1 = 1 - e^{-\frac{\tilde{\tau}}{\tilde{\gamma}_{\text{RD}_1}}} + e^{-\frac{\tilde{\tau}}{\tilde{\gamma}_{\text{RD}_1}}} \int_0^\infty \left[1 - \frac{e^{-\frac{(x\tilde{\gamma}_{\text{RD}_1} + \tilde{\tau} + 1)\tilde{\tau}}{x\tilde{\gamma}_{\text{RD}_1}\tilde{\gamma}_{\text{SR}}}}}{1 + \frac{\tilde{\gamma}_{\text{RR}}(x\tilde{\gamma}_{\text{RD}_1} + \tilde{\tau} + 1)\tilde{\tau}}{x\tilde{\gamma}_{\text{RD}_1}\tilde{\gamma}_{\text{SR}}}} \right]^K e^{-x} dx. \quad (3.25)$$

Aplicando o método de integração por quadratura de Gauss-Laguerre, dado por (3.22), à integral em (3.25), a expressão (3.23) é obtida. $\square$

3.4.2 Probabilidade de *outage* de D_2

Proposição 6. Uma expressão aproximada para a probabilidade de *outage* exata do usuário mais próximo, D_2 , em um esquema cooperativo com K relays do tipo FD-AF, usando NOMA e PRS, é dada por

$$\text{OP}_2 \approx 1 - e^{-\frac{\theta}{\tilde{\gamma}_{\text{RD}_2}}} + e^{-\frac{\theta}{\tilde{\gamma}_{\text{RD}_2}}} \sum_{i=1}^n \omega_i f_2(x_i), \quad (3.26)$$

em que

$$f_2(x) = \left[1 - \frac{e^{-\frac{(x\tilde{\gamma}_{\text{RD}_2} + \theta + 1)\theta}{x\tilde{\gamma}_{\text{RD}_2}\tilde{\gamma}_{\text{SR}}}}}{1 + \frac{\tilde{\gamma}_{\text{RR}}(x\tilde{\gamma}_{\text{RD}_2} + \theta + 1)\theta}{x\tilde{\gamma}_{\text{RD}_2}\tilde{\gamma}_{\text{SR}}}} \right]^K. \quad (3.27)$$

Prova. Usando (3.22) em (3.8) e seguindo um procedimento similar à prova da Proposição 5, tem-se que a probabilidade de *outage* exata do usuário D_2 pode ser reescrita como

$$\text{OP}_2 = 1 - e^{-\frac{\theta}{\tilde{\gamma}_{\text{RD}_2}}} + e^{-\frac{\theta}{\tilde{\gamma}_{\text{RD}_2}}} \int_0^\infty \left[1 - \frac{e^{-\frac{(x\tilde{\gamma}_{\text{RD}_2} + \theta + 1)\theta}{x\tilde{\gamma}_{\text{RD}_2}\tilde{\gamma}_{\text{SR}}}}}{1 + \frac{\tilde{\gamma}_{\text{RR}}(x\tilde{\gamma}_{\text{RD}_2} + \theta + 1)\theta}{x\tilde{\gamma}_{\text{RD}_2}\tilde{\gamma}_{\text{SR}}}} \right]^K e^{-x} dx. \quad (3.28)$$

Aplicando (3.22) à integral em (3.28), a aproximação dado por (3.26) é obtida. $\square$

Cabe mencionar que as aproximações (3.23) e (3.26) provaram ser altamente precisas para toda faixa de valores de SNR, mesmo para um número reduzido de termos da soma em (3.22), $n = 2$, como será mostrado adiante nos resultados numéricos.

4 RESULTADOS NUMÉRICOS

Neste capítulo, exemplos numéricos são propostos para ilustrar o impacto dos parâmetros do sistema na probabilidade de *outage* dos usuários D_1 e D_2 . Esses resultados numéricos foram gerados a partir das expressões analíticas obtidas no Capítulo 3 e foram validados por simulações de Monte Carlo. Para tanto foram realizadas 10^{-7} iterações. Uma topologia linear com distâncias normalizadas foi considerada, tal que $d_{SD_\ell} = 1$, $d_{SR_k} = 0,5$ e $d_{R_k D_\ell} = 0,5$, para $k = 1, \dots, K$ e $\ell = 1, 2$. Adicionalmente, considerou-se $\tau = 0$ dB, para o limiar que define o evento de *outage*, e $\alpha = 4$, para o expoente de perda de percurso. A Fig. 5 ilustra a probabilidade de *outage* para os destinos D_1 e D_2 em função da SNR transmitida, para valores diferentes do número de *relays*, $K = 1, 2$ e 3 . Para este cenário, considera-se que os fatores de alocação de potência para os destinos D_1 e D_2 são $a_1 = 0,7$ e $a_2 = 0,3$ e que o ganho médio do canal de auto interferência é $\Omega_{RR} = -10$ dB. Note que as curvas geradas a partir das expressões exatas analíticas em (3.3) e (3.8) correspondem perfeitamente com as curvas obtidas por simulações de Monte Carlo. Note ainda que as curvas das expressões aproximadas em (3.23) e (3.26) apresentam um ajuste muito satisfatório com as suas respectivas curvas das expressões exatas. Além disso, para o regime de média-a-alta SNR, observe que as curvas das expressões para o limitante inferior da probabilidade de *outage*, dadas por (3.10) e (3.16) são muito próximas das curvas obtidas a partir da análise exata, o que valida a análise realizada neste estudo. Da Fig. 5, confirmou-se que as curvas de desempenho do sistema saturam em um patamar, na região de alta SNR, o que resulta em uma ordem de diversidade do sistema igual a zero, como analisado a partir das expressões obtidas da análise assintótica, dadas por (3.20) e (3.21). Observe também que o número de *relays* deve ser aumentado para atingir ganhos de desempenho maiores em termos da probabilidade de *outage*, uma vez que o desempenho é limitado pela saturação imposta pelos *relays* do tipo FD. Entretanto, é possível observar que, para a região de baixa-a-média SNR, existe um ganho significativo de desempenho ao aumentar o número de *relays* de $K = 1$ para $K = 2$, o que não acontece no caso do aumento de $K = 2$ para $K = 3$. Esta mesma característica se repete para valores mais elevados de K , porém estes resultados não são apresentados em função do tempo de simulação requerido para ilustrar os mesmos. Portanto, para a baixa-a-média SNR, o esquema considerado consistindo de $K = 2$ *relays* apresenta o mesmo desempenho que para um número maior de *relays*.

Para mostrar o impacto do fator de alocação de potência na probabilidade de *outage* do sistema, a Fig. 6 ilustra o desempenho para ambos os usuários em função da SNR transmitida, para diferentes configurações desses fatores, mais especificamente $a_1 = [0,67; 0,7; 0,8; 0,9]$ e $a_2 = 1 - a_1$. Para este caso, considerou-se que o número de *relays* é $K = 2$ e o ganho médio do canal de auto interferência é $\Omega_{RR} = -10$ dB. Da Fig. 6,

Figura 5 – Probabilidade de *outage* dos usuários D₁ e D₂ versus SNR transmitida, para diferentes valores do número de *relays*, $K=1,2,3$, considerando um ganho médio do canal de auto interferência $\Omega_{RR} = -10$ dB e fatores de alocação de potência $(a_1; a_2)=(0,7; 0,3)$.

observa-se que o usuário D₁ sempre apresenta um desempenho superior àquele do usuário D₂. Por outro lado, conforme o fator de alocação a_1 diminui e consequentemente, o fator de alocação a a_2 aumenta, o desempenho de *outage* do usuário D₁ piora gradualmente, enquanto que aquele do usuário D₂ melhora, até seus desempenhos serem equivalentes, como observado para a configuração $(a_1; a_2)=(0,67; 0,33)$. A partir deste ponto, mesmo respeitando as diretrizes da técnica NOMA (isto é, para $a_1 > a_2$), um aumento no fator de alocação a_2 não leva a uma melhora no desempenho de D₂, pelo contrário, existe uma degradação do desempenho, assim como existe uma degradação de desempenho do destino D₁. Esta deterioração no desempenho reside no fato do processo de SIC precisar de duas fases para ser executado, ou seja, analisando (3.7), observa-se que o desempenho da probabilidade de *outage* é limitado pelo mínimo entre dois termos de SINR, correspondentes a essas duas fases. A partir da expressão da SINR usada na primeira fase do SIC,

Figura 6 – Probabilidade de *outage* dos usuários D_1 e D_2 versus SNR transmitida, para diferentes configurações de fatores de alocação de potência $(a_1; a_2) = (0,67; 0,33), (0,7; 0,3), (0,8; 0,2), (0,9; 0,1)$, considerando um ganho médio do canal de auto interferência $\Omega_{RR} = -10$ dB e um número de *relays* $K = 2$.

dada por (2.12), observa-se que seu valor é cada vez menor a medida que a_1 diminui e a_2 aumenta. Diferentemente, a expressão da SINR usada na segunda fase do SIC, dada por (2.13), sempre aumenta, conforme a_2 , pois depende apenas do fator de alocação de potência de D_2 . Desta forma, conclui-se que, a partir deste ponto, o desempenho de D_2 passa a ser limitado pela primeira fase do SIC, em que não é capaz de decodificar a mensagem do usuário D_1 , para posteriormente ter sucesso na recuperação de sua própria mensagem na segunda fase. É importante mencionar que, para $(a_1; a_2) = (0,6; 0,4)$, o desempenho de D_1 e D_2 foi avaliado, coincidindo com o desempenho de D_2 , para o caso $a_2 = 0,3$; no entanto, por razões de clareza, a apresentação desses resultados foram omitidos.

A Fig. 7 ilustra o desempenho da probabilidade de *outage* para os destinos D_1 e D_2 versus a SNR transmitida a partir da comparação entre *relays* do tipo FD e HD. Neste cenário, o número de *relays*, os fatores de alocação de potência e o ganho médio do

Figura 7 – Probabilidade de *outage* dos usuários D_1 e D_2 versus SNR transmitida, para redes cooperativas baseadas em *relays* HD e FD, considerando um ganho médio do canal de auto interferência $\Omega_{RR} = -10$ dB, fatores de alocação de potência $(a_1; a_2) = (0, 7; 0, 3)$ e diferentes valores do número de *relays* $K = 1, 2, 3$.

canal de auto interferência foram considerados iguais a $K = 1, 2, 3$; $(a_1; a_2) = (0, 7; 0, 3)$ e $\Omega_{RR} = -10$ dB, respectivamente. Para avaliar esta comparação, usou-se as expressões da probabilidade de *outage* dadas em [19, Eq.(25) e (29)], para um cenário cooperativo com K *relays* do tipo HD-AF, usando PRS, e dois destinos, os quais acessam o canal através de NOMA. Da Fig. 7, diferentemente dos *relays* baseados no modo FD, observa-se que o desempenho de uma rede cooperativa baseada em *relays* HD não apresenta saturação. Além disso, para o sistema considerado, conclui-se que não é necessário dispor mais que dois *relays* para alcançar maiores ganhos de desempenho [19]. Entretanto, *relays* que operam no modo de retransmissão HD usam canais ortogonais para transmitir uma mesma informação, enquanto que os *relays* baseados no modo FD fazem o uso mais eficiente dos recursos, usando apenas um único canal, o que fornece um melhor desempenho em termos da eficiência espectral. Adicionalmente, note que mesmo considerando um cenário

Figura 8 – Probabilidade de *outage* dos usuários D_1 e D_2 versus SNR transmitida, para valores distintos do ganho médio do canal de auto interferência, $\Omega_{RR} = 0, -10, -20$ dB, considerando fatores de alocação de potência $(a_1; a_2) = (0, 7; 0, 3)$ e um número de *relays* $K = 2$.

com valores conservadores de atenuação da auto interferência, antes da saturação do desempenho, os *relays* do tipo FD apresentam um mesmo desempenho daquele obtido pelos *relays* do tipo HD, tornando os *relays* do tipo FD propícios para operar no regime de baixa-a-média SNR, nesses cenários conservadores.

A Fig. 8 ilustra a probabilidade de *outage* para D_1 e D_2 em função da SNR transmitida, para valores distintos do ganho médio do canal de auto interferência, $\Omega_{RR} = 0, -10, -20$ dB. Neste caso, considerou-se um número de *relays* $K = 2$ e fatores de alocação de potência $(a_1; a_2) = (0, 7; 0, 3)$. Os resultados mostram que antes do efeito da saturação, a medida que o valor do ganho médio do canal de auto interferência diminui, os patamares de desempenho ocorrem para valores mais elevados de SNR transmitida. Cabe destacar que as curvas geradas a partir das expressões assintóticas em (3.20) e (3.21) correspondem perfeitamente com os patamares da probabilidade de *outage* em alta

Figura 9 – Probabilidade de *outage* dos usuários D_1 e D_2 versus SNR transmitida, para *relays* HD e FD, considerando um ganho médio do canal de auto interferência $\Omega_{RR} = -40$ dB, fatores de alocação de potência $(a_1; a_2) = (0, 7; 0, 3)$ e um número de *relays* $K = 2$.

SNR, o que valida a análise realizada a partir das expressões do limitante inferior.

Analisando simultaneamente os resultados das Fig. 7 e Fig. 8, observa-se que o desempenho em termos da probabilidade de *outage* para o modelo de sistema proposto, diferentemente da retransmissão HD, é diretamente dependente da eficácia de estratégias que atenuem ainda mais a auto interferência, intrínseca da retransmissão FD. Estudos recentes demonstram que, após o uso combinado de várias estratégias de atenuação da auto interferência em ambientes controlados, valores para o ganho médio do canal de auto interferência de até -100 dB são possíveis de serem obtidos [28].

Com o intuito de complementar os resultados da Fig. 7, reforçando as vantagens dos *relays* do tipo FD, a Fig. 9 ilustra o desempenho da probabilidade de *outage* para os usuários D_1 e D_2 , a partir da comparação entre *relays* do tipo FD e HD, para um ganho médio do canal de auto interferência $\Omega_{RR} = -40$ dB. Devido a necessidade de muitas

interações para apresentar os resultados obtidos por simulações de Monte Carlo, apenas os resultados das expressões analíticas exatas são apresentados, uma vez que as mesmas já foram validadas, conforme mostrado nos resultados anteriores.

5 CONCLUSÕES

Neste trabalho foi considerada uma rede cooperativa de dois saltos, composta de uma fonte e dois destinos, os quais se comunicam usando NOMA, com ajuda de um *relay* escolhido a partir de um cluster de *relays* do tipo FD-AF. Para tanto, um esquema PRS foi empregado. Para o sistema proposto, o desempenho em termos da probabilidade de *outage* foi avaliado. Para este propósito, foram obtidas expressões analíticas exatas em forma integral, expressões aproximadas em forma fechada, expressões assintóticas e expressões para o limitante inferior. Essas expressões foram validadas usando simulações de Monte Carlo. A partir das expressões analíticas obtidas, o impacto dos seguintes parâmetros foi avaliado: número de *relays*, fatores de alocação de potência relativos ao esquema NOMA e RSI devida ao modo de retransmissão FD. Observou-se que conforme o número de *relays* aumenta, os patamares das curvas da probabilidade de *outage* diminuem, melhorando, portanto, o desempenho; Além disso, o aumento constante do fator de potência do usuário mais próximo, que executa o processo de SIC, não implica no aumento de seu desempenho. Por outro lado, constatou-se que a melhora de desempenho do sistema depende fortemente da aplicação de técnicas que atenuem a auto interferência do modo de retransmissão FD. Entretanto, a partir da comparação entre os modos de retransmissão FD e HD, observou-se que, para a região de baixa-a-média SNR, o desempenho de *outage* do modo FD é muito próximo daquele apresentado pelos *relays* operando em modo HD, mesmo em um cenário com valores conservadores de RSI. Adicionalmente, mesmo o sistema apresentando ganho de diversidade zero em alta SNR, o sistema baseado em *relays* FD possui a vantagem de uma eficiência espectral maior.

APÊNDICES

A. SINR FIM-A-FIM RECEBIDA INSTANTÂNEA DO USUÁRIO D₁

Prova do Lema 1

Substituindo o sinal transmitido pelo k -ésimo *relay*, definido em (2.6), no sinal recebido pelo destino D₁, definido em (2.9), tem-se que

$$\begin{aligned} y_{R_k D_1}(t) = & \beta h_{R_k D_1} \sqrt{P_R} h_{SR_k} \sqrt{a_1 P_S} x_1(t-T_d) \beta h_{R_k D_1} \sqrt{P_R} h_{SR_k} \sqrt{a_2 P_S} x_2(t-T_d) \\ & + \beta h_{R_k D_1} \sqrt{P_R} n_{SR_k}(t-jT_d) + n_{R_k D_1}(t) \\ & + \beta h_{R_k D_1} \sqrt{P_R} \sum_{j=2}^M (\beta h_{RR_k} \sqrt{P_R})^{j-1} \{h_{SR_k} [\sqrt{a_1 P_S} x_1(t-jT_d) + \sqrt{a_2 P_S} x_2(t-jT_d)] + n_{SR_k}(t-jT_d)\}, \end{aligned} \quad (A.1)$$

em que a potência do sinal resultante (A.1), é dado por

$$\begin{aligned} E\{y_{R_k D_1}(t)^2\} = & a_1 \beta^2 |h_{SR_k}|^2 P_S |h_{R_k D_1}|^2 P_R + a_2 \beta^2 |h_{SR_k}|^2 P_S |h_{R_k D_1}|^2 P_R + \beta^2 |h_{R_k D_1}|^2 P_R N_0 + N_0 + \\ & + \beta^2 |h_{R_k D_1}|^2 P_R \sum_{j=2}^M (\beta^2 |h_{RR_k}|^2 P_R)^{j-1} [|h_{SR_k}|^2 P_S + N_0]. \end{aligned} \quad (A.2)$$

De (A.2), a expressão da SINR fim-a-fim do usuário mais distante, D₁, é obtida como

$$\gamma_{R_k D_1} = \frac{a_1 \beta^2 |h_{SR_k}|^2 P_S |h_{R_k D_1}|^2 P_R}{a_2 \beta^2 |h_{SR_k}|^2 P_S |h_{R_k D_1}|^2 P_R + \beta^2 |h_{R_k D_1}|^2 P_R \sum_{j=2}^M (\beta^2 |h_{RR_k}|^2 P_R)^{j-1} [|h_{SR_k}|^2 P_S + N_0] + \beta^2 |h_{R_k D_1}|^2 P_R N_0 + N_0}, \quad (A.3)$$

em que, a potência do sinal de interesse do usuário D₁ esta presente no numerador da razão em (A.3), enquanto as potências do sinal de interesse do usuário D₂, do sinal de auto interferência e dos sinais de ruídos dos primeiros e segundos saltos estão no denominador da razão em (A.3), respectivamente. Além disso, o somatório no denominador de (A.3) pode ser simplificado a partir de manipulações algébricas, ou seja

$$\begin{aligned} \sum_{j=2}^M (\beta^2 |h_{RR_k}|^2 P_R)^{j-1} &= \sum_{j'=0}^{M+2} (\beta^2 |h_{RR_k}|^2 P_R)^{j'+1} \text{ para } j' = (j-2) = 0 \Leftrightarrow (j'+1) = (j-1) \\ &= \beta^2 |h_{RR_k}|^2 P_R \sum_{j'=0}^{L+2} (\beta^2 |h_{RR_k}|^2 P_R)^{j'} \\ &\stackrel{(f)}{=} \frac{\beta^2 |h_{RR_k}|^2 P_R}{1 - \beta^2 |h_{RR_k}|^2 P_R}, \end{aligned} \quad (A.4)$$

em que no passo (f), usou-se a fórmula de convergência de uma progressão geométrica com razão $\beta^2 |h_{RR_k}|^2 P_R < 1$. Desta forma, substituindo (A.4) em (A.3), tem-se que

$$\begin{aligned}
\gamma_{R_k D_1} &= \frac{a_1 \beta^2 |h_{SR_k}|^2 P_S |h_{R_k D_1}|^2 P_R}{a_2 \beta^2 |h_{SR_k}|^2 P_S |h_{R_k D_1}|^2 P_R + \frac{\beta^4 |h_{R_k D_1}|^2 P_R |h_{RR_k}|^2 P_R (|h_{SR_k}|^2 P_S + N_0)}{1 - \beta^2 |h_{RR_k}|^2 P_R} + \beta^2 |h_{R_k D_1}|^2 P_R N_0 + N_0} \\
&= a_1 \beta^2 |h_{SR_k}|^2 P_S |h_{R_k D_1}|^2 P_R (1 - \beta^2 |h_{RR_k}|^2 P_R) \\
&\quad \times \left\{ a_2 \beta^2 |h_{SR_k}|^2 P_S |h_{R_k D_1}|^2 P_R (1 - \beta^2 |h_{RR_k}|^2 P_R) + \beta^4 |h_{R_k D_1}|^2 P_R |h_{RR_k}|^2 P_R (|h_{SR_k}|^2 P_S + N_0) \right. \\
&\quad \left. + N_0 (1 + \beta^2 |h_{R_k D_1}|^2 P_R) (1 - \beta^2 |h_{RR_k}|^2 P_R) \right\}^{-1}. \tag{A.5}
\end{aligned}$$

Sabe-se que as expressões da SNR recebida pelo k -ésimo *relay* no primeiro salto, da SNR recebida pelo ℓ -ésimo destino transmitida do k -ésimo *relay* no segundo salto e da SNR devido à RSI recebida pelo k -ésimo *relay*, são dadas por

$$X_k = |h_{SR_k}|^2 \frac{P_S}{N_0}, \tag{A.6}$$

$$Y_{k\ell} = |h_{R_k D_\ell}|^2 \frac{P_R}{N_0} \tag{A.7}$$

e

$$U_k = |h_{RR_k}|^2 \frac{P_R}{N_0}, \tag{A.8}$$

respectivamente. Então, substituindo (A.6), (A.7) e (A.8) na expressão do fator de amplificação para o protocolo AF, definida por (2.8), obtém-se que

$$\begin{aligned}
\beta^2 &= \frac{1}{N_0 (|h_{SR_k}|^2 \frac{P_S}{N_0} + |h_{RR_k}|^2 \frac{P_R}{N_0} + 1)} \\
&= \frac{1}{N_0 (X_k + U_k + 1)}. \tag{A.9}
\end{aligned}$$

A partir da substituição de (A.9) em (A.5), tem-se que

$$\begin{aligned}
\gamma_{R_k D_1} &= \left[\frac{a_1 |h_{SR_k}|^2 P_S |h_{R_k D_1}|^2 P_R}{N_0 (X_k + U_k + 1)} \right] \left[1 - \frac{|h_{RR_k}|^2 P_R}{N_0 (X_k + U_k + 1)} \right] \\
&\times \left\{ \left[\frac{a_2 |h_{SR_k}|^2 P_S |h_{R_k D_1}|^2 P_R}{N_0 (X_k + U_k + 1)} \right] \left[1 - \frac{|h_{RR_k}|^2 P_R}{N_0 (X_k + U_k + 1)} \right] \right. \\
&\quad \left. + \left[\frac{|h_{R_k D_1}|^2 P_R |h_{RR_k}|^2 P_R (|h_{SR_k}|^2 P_S + N_0)}{N_0^2 (X_k + U_k + 1)^2} \right] \right. \\
&\quad \left. + N_0 \left[1 + \frac{|h_{R_k D_1}|^2 P_R}{N_0 (X_k + U_k + 1)} \right] \left[1 - \frac{|h_{RR_k}|^2 P_R}{N_0 (X_k + U_k + 1)} \right] \right\}^{-1} \\
&\stackrel{(g)}{=} \left[\frac{a_1 |h_{SR_k}|^2 P_S |h_{R_k D_1}|^2 P_R}{N_0^2 (X_k + U_k + 1)} \right] \left[1 - \frac{|h_{RR_k}|^2 P_R}{N_0 (X_k + U_k + 1)} \right] \\
&\times \left\{ \left[\frac{a_2 |h_{SR_k}|^2 P_S |h_{R_k D_1}|^2 P_R}{N_0^2 (X_k + U_k + 1)} \right] \left[1 - \frac{|h_{RR_k}|^2 P_R}{N_0 (X_k + U_k + 1)} \right] \right. \\
&\quad \left. + \left[\frac{|h_{R_k D_1}|^2 P_R |h_{RR_k}|^2 P_R (|h_{SR_k}|^2 \frac{P_S}{N_0} + 1)}{N_0^2 (X_k + U_k + 1)^2} \right] \right. \\
&\quad \left. + \left[1 + \frac{|h_{R_k D_1}|^2 P_R}{N_0 (X_k + U_k + 1)} \right] \left[1 - \frac{|h_{RR_k}|^2 P_R}{N_0 (X_k + U_k + 1)} \right] \right\}^{-1} \\
&\stackrel{(h)}{=} \left[\frac{a_1 X_k Y_{k1}}{X_k + U_k + 1} \right] \left[1 - \frac{U_k}{X_k + U_k + 1} \right] \\
&\times \left\{ \left[\frac{a_2 X_k Y_{k1}}{X_k + U_k + 1} \right] \left[1 - \frac{U_k}{X_k + U_k + 1} \right] + \left[\frac{Y_{k1} U_k (X_k + 1)}{(X_k + U_k + 1)^2} \right] \right. \\
&\quad \left. + \left[1 + \frac{Y_{k1}}{X_k + U_k + 1} \right] \left[1 - \frac{U_k}{X_k + U_k + 1} \right] \right\}^{-1} \\
&= \frac{(a_1 X_k Y_{k1}) (X_k + 1)}{(a_2 X_k Y_{k1}) (X_k + 1) + (Y_{k1} U_k) (X_k + 1) + (X_k + Y_{k1} + U_k + 1) (X_k + 1)}, \quad (A.10)
\end{aligned}$$

em que no passo (g) colocou-se N_0 em evidência no numerador e no denominador da razão; e no passo (h) substituiu-se (A.6), (A.7) e (A.8). Desta maneira, simplificando (A.10), (2.11) é obtida.

B. SINR FIM-A-FIM RECEBIDA INSTANTÂNEA DO USUÁRIO D₂

Prova do Lema 3

Substituindo o sinal transmitido pelo k -ésimo *relay*, definido em (2.6), no sinal recebido pelo destino D₂, definido em (2.10), tem-se que

$$\begin{aligned} y_{R_k D_2}(t) = & \beta h_{R_k D_2} \sqrt{P_R} h_{SR_k} \sqrt{a_1 P_S} x_1(t - T_d) + \beta h_{R_k D_2} \sqrt{P_R} h_{SR_k} \sqrt{a_2 P_S} x_2(t - T_d) \\ & + \beta h_{R_k D_2} \sqrt{P_R} n_{SR_k}(t - jT_d) + n_{R_k D_2}(t) \\ & + \beta h_{R_k D_2} \sqrt{P_R} \sum_{j=2}^M (\beta h_{RR_k} \sqrt{P_R})^{j-1} \\ & \times \left\{ h_{SR_k} \left[\sqrt{a_1 P_S} x_1(t - jT_d) + \sqrt{a_2 P_S} x_2(t - jT_d) \right] + n_{SR_k}(t - jT_d) \right\}, \quad (B.1) \end{aligned}$$

em que a potência do sinal resultante (B.1) é dada por

$$\begin{aligned} E\{y_{R_k D_2}(t)^2\} = & a_2 \beta^2 |h_{SR_k}|^2 P_S |h_{R_k D_2}|^2 P_R + a_1 \beta^2 |h_{SR_k}|^2 P_S |h_{R_k D_2}|^2 P_R + \beta^2 |h_{R_k D_2}|^2 P_R N_0 \\ & + N_0 + \beta^2 |h_{R_k D_2}|^2 P_R \sum_{j=2}^M (\beta^2 |h_{RR_k}|^2 P_R)^{j-1} [|h_{SR_k}|^2 P_S + N_0]. \quad (B.2) \end{aligned}$$

De (B.2), a expressão da SINR do usuário mais próximo, D₂, é obtida como

$$\gamma_{R_k D_2} = \frac{a_2 \beta^2 |h_{SR_k}|^2 P_S |h_{R_k D_2}|^2 P_R}{a_1 \beta^2 |h_{SR_k}|^2 P_S |h_{R_k D_2}|^2 P_R + \beta^2 |h_{R_k D_2}|^2 P_R \sum_{j=2}^M (\beta^2 |h_{RR_k}|^2 P_R)^{j-1} [|h_{SR_k}|^2 P_S + N_0] + \beta^2 |h_{R_k D_2}|^2 P_R N_0 + N_0}, \quad (B.3)$$

em que, a potência do sinal de informação do usuário D₂ esta presente no numerador da razão em (B.3), enquanto as potências do sinal de informação do usuário D₁, do sinal de auto interferência e dos sinais de ruídos dos primeiros e segundos saltos estão no denominador da razão (B.3), respectivamente. Assumindo que D₂ é capaz de decodificar o sinal do usuário D₁ e que o processo do algoritmo de SIC é executado perfeitamente, tem-se que

$$\gamma_{R_k D_2} = \frac{a_2 \beta^2 |h_{SR_k}|^2 P_S |h_{R_k D_2}|^2 P_R}{\beta^2 |h_{R_k D_2}|^2 P_R \sum_{j=2}^M (\beta^2 |h_{RR_k}|^2 P_R)^{j-1} [|h_{SR_k}|^2 P_S + N_0] + \beta^2 |h_{R_k D_2}|^2 P_R N_0 + N_0}, \quad (B.4)$$

em que observa-se que, o termo de potência referente ao usuário D₁ é suprimido. Assim, substituindo A.4 em (B.4) tem-se que

$$\begin{aligned} \gamma_{R_k D_2} = & \frac{a_2 \beta^2 |h_{SR_k}|^2 P_S |h_{R_k D_2}|^2 P_R}{\frac{\beta^4 |h_{R_k D_2}|^2 P_R |h_{RR_k}|^2 P_R (|h_{SR_k}|^2 P_S + N_0)}{1 - \beta^2 |h_{RR_k}|^2 P_R} + \beta^2 |h_{R_k D_2}|^2 P_R N_0 + N_0} \\ = & \frac{a_2 \beta^2 |h_{SR_k}|^2 P_S |h_{R_k D_2}|^2 P_R (1 - \beta^2 |h_{RR_k}|^2 P_R)}{\beta^4 |h_{R_k D_2}|^2 P_R |h_{RR_k}|^2 P_R (|h_{SR_k}|^2 P_S + N_0) + N_0 (1 + \beta^2 |h_{R_k D_2}|^2 P_R) (1 - \beta^2 |h_{RR_k}|^2 P_R)}. \quad (B.5) \end{aligned}$$

De (B.5), substituindo (A.9), tem-se que

$$\begin{aligned}
\gamma_{R_k D_2} &= \frac{\left[\frac{a_2 |h_{SR_k}|^2 P_S |h_{R_k D_2}|^2 P_R}{N_0 (X_k + U_k + 1)} \right] \left[1 - \frac{|h_{RR_k}|^2 P_R}{N_0 (X_k + U_k + 1)} \right]}{\frac{|h_{R_k D_2}|^2 P_R |h_{RR_k}|^2 P_R (|h_{SR_k}|^2 P_S + N_0)}{N_0^2 (X_k + U_k + 1)^2} + N_0 \left[1 + \frac{|h_{R_k D_2}|^2 P_R}{N_0 (X_k + U_k + 1)} \right] \left[1 - \frac{|h_{RR_k}|^2 P_R}{N_0 (X_k + U_k + 1)} \right]} \\
&\stackrel{(i)}{=} \frac{\left[\frac{a_2 |h_{SR_k}|^2 P_S |h_{R_k D_2}|^2 P_R}{N_0^2 (X_k + U_k + 1)} \right] \left[1 - \frac{|h_{RR_k}|^2 P_R}{N_0 (X_k + U_k + 1)} \right]}{\frac{|h_{R_k D_2}|^2 P_R |h_{RR_k}|^2 P_R (|h_{SR_k}|^2 \frac{P_S}{N_0} + 1)}{N_0^2 (X_k + U_k + 1)^2} + \left[1 + \frac{|h_{R_k D_2}|^2 P_R}{N_0 (X_k + U_k + 1)} \right] \left[1 - \frac{|h_{RR_k}|^2 P_R}{N_0 (X_k + U_k + 1)} \right]} \\
&\stackrel{(j)}{=} \frac{\left[\frac{a_2 X_k Y_{k2}}{(X_k + U_k + 1)} \right] \left[1 - \frac{U_k}{(X_k + U_k + 1)} \right]}{\frac{Y_{k2} U_k (X_k + 1)}{(X_k + U_k + 1)^2} + \left[1 + \frac{Y_{k2}}{(X_k + U_k + 1)} \right] \left[1 - \frac{U_k}{(X_k + U_k + 1)} \right]} \\
&= \frac{\left(a_2 X_k Y_{k2} \right) \left(X_k + 1 \right)}{\left(Y_{k2} U_k \right) \left(X_k + 1 \right) + \left(X_k + Y_{k2} + U_k + 1 \right) \left(X_k + 1 \right)}, \tag{B.6}
\end{aligned}$$

em que, no passo (i) colocou-se N_0 em evidência no numerador e no denominador da razão; e no passo (j) substituiu-se (A.6), (A.7) e (A.8). Desta maneira, simplificando (B.6), (2.13) é obtida.

C. PROBABILIDADE DE OUTAGE EXATA DO USUÁRIO D₁

Prova da Proposição 1

Definindo $Z_k \triangleq X_k/(U_k + 1)$ e manipulando matematicamente (3.2), tem-se que

$$\begin{aligned}
\text{OP}_1 &= \Pr\left(\frac{a_1 X_{k^*} Y_{k^*1}}{a_2 X_{k^*} Y_{k^*1} + X_{k^*} + Y_{k^*1}(U_{k^*} + 1) + U_{k^*} + 1} < \tau\right) \\
&= \Pr\left(\frac{a_1 X_{k^*} Y_{k^*1}}{a_2 X_{k^*} Y_{k^*1} + X_{k^*} + (Y_{k^*1} + 1)(U_{k^*} + 1)} < \tau\right) \\
&= \Pr\left(\frac{\frac{a_1 X_{k^*} Y_{k^*1}}{U_{k^*} + 1}}{\frac{a_2 X_{k^*} Y_{k^*1}}{U_{k^*} + 1} + \frac{X_{k^*}}{U_{k^*} + 1} + Y_{k^*1} + 1} < \tau\right) \\
&= \Pr\left(\frac{a_1 Z_{k^*} Y_{k^*1}}{a_2 Z_{k^*} Y_{k^*1} + Z_{k^*} + Y_{k^*1} + 1} < \tau\right) \tag{C.1} \\
&= \Pr\left(a_1 Z_{k^*} Y_{k^*1} < a_2 Z_{k^*} Y_{k^*1} \tau + Z_{k^*} \tau + (Y_{k^*1} + 1) \tau\right) \\
&= \Pr(a_1 Z_{k^*} Y_{k^*1} - a_2 Z_{k^*} Y_{k^*1} \tau - Z_{k^*} \tau < (Y_{k^*1} + 1) \tau) \\
&= \Pr(Z_{k^*} (Y_{k^*1} (a_1 - a_2 \tau) - \tau) < (Y_{k^*1} + 1) \tau) \\
&= \Pr\left(Z_{k^*} < \frac{(Y_{k^*1} + 1) \tau}{Y_{k^*1} (a_1 - a_2 \tau) - \tau}\right) \\
&= \Pr\left(Z_{k^*} < \frac{(Y_{k^*1} + 1)}{Y_{k^*1} \left(\frac{a_1 - a_2 \tau}{\tau}\right) - 1}\right) \\
&= \Pr\left(Z_{k^*} < \frac{(Y_{k^*1} + 1)}{\frac{Y_{k^*1}}{\tau} - 1}\right) \\
&= \Pr\left(Z_{k^*} < \frac{(Y_{k^*1} + 1) \tilde{\tau}}{Y_{k^*1} - \tilde{\tau}}\right), \tag{C.2}
\end{aligned}$$

em que $\tilde{\tau} \triangleq \tau/(a_1 - a_2 \tau)$.

De (C.2), observa-se que o *outage* ocorre se $Y_{k^*1}(a_1 - a_2 \tau) - \tau \leq 0$, ou seja, $Y_{k^*1} \leq \tilde{\tau}$. Entretanto, se $Y_{k^*1} > \tilde{\tau}$ o *outage* pode ocorrer ou não. A partir de (C.2), tem-se que

$$\begin{aligned}
\text{OP}_1 &= \Pr\left(Z_{k^*} < \frac{\tilde{\tau}(Y_{k^*1} + 1)}{Y_{k^*1} - \tilde{\tau}}\right) \\
&\stackrel{(m)}{=} \sum_{k=1}^K \left[\Pr\left(Z_k < \frac{\tilde{\tau}(Y_{k1} + 1)}{Y_{k1} - \tilde{\tau}} \middle| k^* = k\right) \Pr(k^* = k) \right] \\
&= \sum_{k=1}^K \left[\Pr\left(Z_k < \frac{\tilde{\tau}(Y_{k1} + 1)}{Y_{k1} - \tilde{\tau}} \middle| k^* = k\right) \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^K \Pr(Z_j < Z_k) \right], \tag{C.3}
\end{aligned}$$

em que, no passo (m) foi aplicado o Teorema da Probabilidade Total [25, cap. 2], em que $\Pr(A|B)$ define a probabilidade condicional de A dado B . Além disso, a probabilidade

do k -ésimo *relay* ser o escolhido esta de acordo com a condição apresentada em (2.14), em que $k = k^*$ quando o k -ésimo *relay* apresenta a melhor condição de canal, ou SINR recebida, dos primeiros saltos, em comparação com os outros *relays* disponíveis. Desta forma, tem-se que

$$\text{OP}_1 = \sum_{k=1}^K \left[\int_0^\infty \Pr \left(Z_k < \frac{\tilde{\tau}(y_1+1)}{y_1 - \tilde{\tau}} \middle| k^* = k \right) \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^K \Pr(Z_j < Z_k) f_{Y_{k1}}(y_1) dy_1 \right]. \quad (\text{C.4})$$

Sabe-se que, o *outage* ocorre se $Y_{k^*1} \leq \tilde{\tau}$, entretanto, se $Y_{k^*1} > \tilde{\tau}$ o *outage* pode ocorrer ou não. Então, (C.4) pode ser reescrita por

$$\begin{aligned} \text{OP}_1 &= \sum_{k=1}^K \int_0^{\tilde{\tau}} \Pr \left(Z_k > \frac{\tilde{\tau}(y_1+1)}{y_1 - \tilde{\tau}} \middle| k^* = k \right) \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^K \Pr(Z_j < Z_k) f_{Y_{k1}}(y_1) dy_1 \\ &\quad + \sum_{k=1}^K \int_{\tilde{\tau}}^\infty \Pr \left(Z_k < \frac{\tilde{\tau}(y_1+1)}{y_1 - \tilde{\tau}} \middle| k^* = k \right) \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^K \Pr(Z_j < Z_k) f_{Y_{k1}}(y_1) dy_1, \end{aligned} \quad (\text{C.5})$$

assim, o caso de $Y_{k^*1} \leq \tilde{\tau}$ implica sempre em *outage*, ou seja, $\Pr \left(Z_k > \frac{\tilde{\tau}(y_1+1)}{y_1 - \tilde{\tau}} \middle| k^* = k \right) = 1$. Desta forma, (C.5) pode ser reescrita por

$$\begin{aligned} \text{OP}_1 &= \sum_{k=1}^K \int_0^{\tilde{\tau}} \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^K \Pr(Z_j < Z_k) f_{Y_{k1}}(y_1) dy_1 \\ &\quad + \sum_{k=1}^K \int_{\tilde{\tau}}^\infty \Pr \left(Z_k < \frac{\tilde{\tau}(y_1+1)}{y_1 - \tilde{\tau}} \middle| k^* = k \right) \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^K \Pr(Z_j < Z_k) f_{Y_{k1}}(y_1) dy_1 \\ &= \sum_{k=1}^K \int_0^{\tilde{\tau}} \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^K F_{Z_j}(Z_k) f_{Y_{k1}}(y_1) dy_1 \\ &\quad + \sum_{k=1}^K \int_{\tilde{\tau}}^\infty \Pr \left(Z_k < \frac{\tilde{\tau}(y_1+1)}{y_1 - \tilde{\tau}} \middle| k^* = k \right) \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^K F_{Z_j}(Z_k) f_{Y_{k1}}(y_1) dy_1 \\ &= \sum_{k=1}^K \int_0^{\tilde{\tau}} \int_0^\infty \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^K F_{Z_j}(z) f_{Z_k}(z) f_{Y_{k1}}(y_1) dz dy_1 \\ &\quad + \sum_{k=1}^K \int_{\tilde{\tau}}^\infty \int_0^\infty F_{Z_k} \left(\frac{\tilde{\tau}(y_1+1)}{y_1 - \tilde{\tau}} \right) \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^K F_{Z_j}(z) f_{Z_k}(z) f_{Y_{k1}}(y_1) dz dy_1. \end{aligned} \quad (\text{C.6})$$

Ao se tratar de canais independentes e identicamente distribuídos (i.i.d.), em que as variáveis aleatórias que representam os coeficientes do canal são instâncias independentes de uma mesma distribuição, tem-se que, o produtório e o somatório podem ser simplificados

pela potenciação e multiplicação de seus termos, respectivamente, de forma que

$$\begin{aligned}
\text{OP}_1 &= K \left[\int_0^{\tilde{\tau}} \int_0^\infty [F_Z(z)]^{K-1} f_Z(z) f_{Y_1}(y_1) dz dy_1 \right] \\
&\quad + K \left[\int_{\tilde{\tau}}^\infty \int_0^{\frac{\tilde{\tau}(y_1+1)}{y_1-\tilde{\tau}}} [F_Z(z)]^{K-1} f_Z(z) f_{Y_1}(y_1) dz dy_1 \right] \\
&= K \left[\int_0^{\tilde{\tau}} \int_0^\infty [F_Z(z)]^{K-1} \frac{dF_Z(z)}{dz} f_{Y_1}(y_1) dz dy_1 \right] \\
&\quad + K \left[\int_{\tilde{\tau}}^\infty \int_0^{\frac{\tilde{\tau}(y_1+1)}{y_1-\tilde{\tau}}} [F_Z(z)]^{K-1} \frac{dF_Z(z)}{dz} f_{Y_1}(y_1) dz dy_1 \right] \\
&= K \left[\int_0^{\tilde{\tau}} \int_0^\infty [F_Z(z)]^{K-1} f_{Y_1}(y_1) dF_Z dy_1 \right] \\
&\quad + K \left[\int_{\tilde{\tau}}^\infty \int_0^{\frac{\tilde{\tau}(y_1+1)}{y_1-\tilde{\tau}}} [F_Z(z)]^{K-1} f_{Y_1}(y_1) dF_Z dy_1 \right] \\
&= K \left(\frac{F_Z(z)^K}{K} \right) \Big|_0^\infty \int_0^{\tilde{\tau}} f_{Y_1}(y_1) dy_1 + \int_{\tilde{\tau}}^\infty K \left(\frac{F_Z(z)^K}{K} \right) \Big|_0^{\frac{\tilde{\tau}(y_1+1)}{y_1-\tilde{\tau}}} f_{Y_1}(y_1) dy_1. \quad (\text{C.7})
\end{aligned}$$

Conforme será analisado em (C.12), $F_Z(z)^K \Big|_0^\infty = 1$. Desta forma, tem-se que

$$\begin{aligned}
\text{OP}_1 &= \int_0^{\tilde{\tau}} f_{Y_1}(y_1) dy_1 + \int_{\tilde{\tau}}^\infty K \left(\frac{F_Z(z)^K}{K} \right) \Big|_0^{\frac{\tilde{\tau}(y_1+1)}{y_1-\tilde{\tau}}} f_{Y_1}(y_1) dy_1 \\
&= F_{Y_1}(\tilde{\tau}) + \int_{\tilde{\tau}}^\infty F_Z \left(\frac{(y_1+1)\tilde{\tau}}{y_1-\tilde{\tau}} \right)^K f_{Y_1}(y_1) dy_1, \quad (\text{C.8})
\end{aligned}$$

em que $F_{Y_1}(y_1) = 1 - \exp(-y_1/\bar{\gamma}_{\text{RD}_1})$ e $f_{Y_1}(y_1) = (1/\bar{\gamma}_{\text{RD}_1}) \exp(-y_1/\bar{\gamma}_{\text{RD}_1})$ são respectivamente a função de distribuição acumulada (CDF, *cumulative distribution function*) e a função densidade de probabilidade (PDF, *probability density function*) de Y_1 e $\bar{\gamma}_{\text{RD}_1} = \gamma_0 \Omega_{\text{RD}_1}$ denota a SNR do enlace entre R e D₁, sendo $\gamma_0 = P/N_0$ a SNR transmitida.

Sabe-se que para um mesmo *relay*, X e U são canais sujeitos à desvanecimento Rayleigh independentes, desta forma, a CDF de Z pode ser determinada a partir de

$$F_{Z_k}(z) = \Pr \left(\frac{X_k}{U_k + 1} < z \right) = \int_0^\infty F_{X_k}(z(u+1)) f_{U_k}(u) du, \quad (\text{C.9})$$

em que $F_X(x) = 1 - \exp(-x/\bar{\gamma}_{\text{SR}})$ é a CDF de X , $f_U(u) = (1/\bar{\gamma}_{\text{RR}}) \exp(-u/\bar{\gamma}_{\text{RR}})$ é a PDF de U , $\bar{\gamma}_{\text{SR}} = \gamma_0 \Omega_{\text{SR}}$ e $\bar{\gamma}_{\text{RR}} = \gamma_0 \Omega_{\text{RR}}$ denotam as SNR dos enlaces entre S e R e da auto interferência, respectivamente. Assim, de (C.9), tem-se que

$$\begin{aligned}
F_{Z_k}(z) &= \int_0^\infty (1 - e^{-\frac{z(u+1)}{\bar{\gamma}_{\text{SR}_k}}}) \frac{e^{-\frac{u}{\bar{\gamma}_{\text{RR}_k}}}}{\bar{\gamma}_{\text{RR}_k}} du \\
&= \int_0^\infty \frac{e^{-\frac{u}{\bar{\gamma}_{\text{RR}_k}}}}{\bar{\gamma}_{\text{RR}_k}} du - \int_0^\infty \frac{e^{-\frac{z(u+1)}{\bar{\gamma}_{\text{SR}_k}} - \frac{u}{\bar{\gamma}_{\text{RR}_k}}}}{\bar{\gamma}_{\text{RR}_k}} du \\
&= 1 - \frac{e^{-\frac{z}{\bar{\gamma}_{\text{SR}_k}}}}{\bar{\gamma}_{\text{RR}_k}} \int_0^\infty e^{-u \left(\frac{z}{\bar{\gamma}_{\text{SR}_k}} + \frac{1}{\bar{\gamma}_{\text{RR}_k}} \right)} du \\
&= 1 - \frac{e^{-\frac{z}{\bar{\gamma}_{\text{SR}_k}}}}{\bar{\gamma}_{\text{RR}_k}} \int_0^\infty e^{-u \left(\frac{z\bar{\gamma}_{\text{RR}_k} + \bar{\gamma}_{\text{SR}_k}}{\bar{\gamma}_{\text{SR}_k} \bar{\gamma}_{\text{RR}_k}} \right)} du.
\end{aligned} \tag{C.10}$$

Usando [27, cap. 5]

$$v = u \frac{z\bar{\gamma}_{\text{RR}_k} + \bar{\gamma}_{\text{SR}_k}}{\bar{\gamma}_{\text{SR}_k} \bar{\gamma}_{\text{RR}_k}} \rightarrow du = \frac{\bar{\gamma}_{\text{SR}_k} \bar{\gamma}_{\text{RR}_k}}{z\bar{\gamma}_{\text{RR}_k} + \bar{\gamma}_{\text{SR}_k}} dv, \tag{C.11}$$

a partir de (C.10), tem-se que

$$\begin{aligned}
F_{Z_k}(z) &= 1 - \frac{\bar{\gamma}_{\text{SR}_k} e^{-\frac{z}{\bar{\gamma}_{\text{SR}_k}}}}{z\bar{\gamma}_{\text{RR}_k} + \bar{\gamma}_{\text{SR}_k}} \int_0^\infty e^{-v} dv, \\
&= 1 - \frac{\bar{\gamma}_{\text{SR}_k} e^{-\frac{z}{\bar{\gamma}_{\text{SR}_k}}}}{z\bar{\gamma}_{\text{RR}_k} + \bar{\gamma}_{\text{SR}_k}} \\
&= 1 - \frac{e^{-\frac{z}{\bar{\gamma}_{\text{SR}_k}}}}{1 + (\bar{\gamma}_{\text{RR}_k}/\bar{\gamma}_{\text{SR}_k})z}.
\end{aligned} \tag{C.12}$$

Substituindo (C.12) em (C.8), (3.3) é obtida.

D. PROBABILIDADE DE OUTAGE EXATA DO USUÁRIO D₂

Prova da Proposição 2

Definindo $Z_k \triangleq X_k/(U_k + 1)$ e manipulando matematicamente (3.5), tem-se que

$$\begin{aligned}
\text{OP}_2 &= \Pr\left(\frac{a_1 X_k^* Y_{k^*2}}{a_2 X_k^* Y_{k^*2} + X_k^* + Y_{k^*2}(U_{k^*+1}) + U_{k^*+1}} < \tau\right) \\
&\quad + \Pr\left(\frac{a_2 X_k^* Y_{k^*2}}{X_k^* + Y_{k^*2}(U_{k^*+1}) + U_{k^*+1}} < \tau, \frac{a_1 X_k^* Y_{k^*2}}{a_2 X_k^* Y_{k^*2} + X_k^* + Y_{k^*2}(U_{k^*+1}) + U_{k^*+1}} > \tau\right) \\
&= \Pr\left(\frac{a_1 X_k^* Y_{k^*2}}{a_2 X_k^* Y_{k^*2} + X_k^* + (Y_{k^*2}+1)(U_{k^*+1})} < \tau\right) \\
&\quad + \Pr\left(\frac{a_2 X_k^* Y_{k^*2}}{X_k^* + (Y_{k^*2}+1)(U_{k^*+1})} < \tau, \frac{a_1 X_k^* Y_{k^*2}}{a_2 X_k^* Y_{k^*2} + X_k^* + (Y_{k^*2}+1)(U_{k^*+1})} > \tau\right) \\
&= \Pr\left(\frac{\frac{a_1 X_k^* Y_{k^*2}}{U_{k^*+1}}}{\frac{a_2 X_k^* Y_{k^*2}}{U_{k^*+1}} + \frac{X_k^*}{U_{k^*+1}} + Y_{k^*2}+1} < \tau\right) \\
&\quad + \Pr\left(\frac{\frac{a_2 X_k^* Y_{k^*2}}{U_{k^*+1}}}{\frac{X_k^*}{U_{k^*+1}} + Y_{k^*2}+1} < \tau, \frac{\frac{a_1 X_k^* Y_{k^*2}}{U_{k^*+1}}}{\frac{a_2 X_k^* Y_{k^*2}}{U_{k^*+1}} + \frac{X_k^*}{U_{k^*+1}} + Y_{k^*2}+1} > \tau\right) \\
&= \Pr\left(\frac{a_1 Z_k^* Y_{k^*2}}{a_2 Z_k^* Y_{k^*2} + Z_k^* + Y_{k^*2} + 1} < \tau\right) \\
&\quad + \Pr\left(\frac{a_2 Z_k^* Y_{k^*2}}{Z_k^* + Y_{k^*2} + 1} < \tau, \frac{a_1 Z_k^* Y_{k^*2}}{a_2 Z_k^* Y_{k^*2} + Z_k^* + Y_{k^*2} + 1} > \tau\right). \tag{D.1}
\end{aligned}$$

Aplicando (3.6) em (D.1), tem-se que

$$\begin{aligned}
\text{OP}_2 &= \left(\frac{a_1 Z_k^* Y_{k^*2}}{a_2 Z_k^* Y_{k^*2} + Z_k^* + Y_{k^*2} + 1} < \tau\right) + \left(\frac{a_2 Z_k^* Y_{k^*2}}{Z_k^* + Y_{k^*2} + 1} < \tau\right) \\
&\quad - \Pr\left(\frac{a_2 Z_k^* Y_{k^*2}}{Z_k^* + Y_{k^*2} + 1} < \tau, \frac{a_1 Z_k^* Y_{k^*2}}{a_2 Z_k^* Y_{k^*2} + Z_k^* + Y_{k^*2} + 1} < \tau\right). \tag{D.2}
\end{aligned}$$

ou ainda, como $\Pr(\min\{A, B\}) = \Pr(A) + \Pr(B) - \Pr(A, B)$ [14], (D.2) pode ser expressa como

$$\text{OP}_2 = \Pr\left(\min\left\{\frac{a_1 Z_k^* Y_{k^*2}}{a_2 Z_k^* Y_{k^*2} + Z_k^* + Y_{k^*2} + 1}, \frac{a_2 Z_k^* Y_{k^*2}}{Z_k^* + Y_{k^*2} + 1}\right\} < \tau\right).$$

Manipulando matematicamente (D.2), obtém-se que

$$\begin{aligned}
\text{OP}_2 &= \Pr\left(\frac{Z_k^* Y_{k^*2}}{Z_k^* + Y_{k^*2} + 1} < \frac{\tau}{a_1 - a_2 \tau}\right) + \Pr\left(\frac{Z_k^* Y_{k^*2}}{Z_k^* + Y_{k^*2} + 1} < \frac{\tau}{a_2}\right) \\
&\quad - \Pr\left(\frac{Z_k^* Y_{k^*2}}{Z_k^* + Y_{k^*2} + 1} < \frac{\tau}{a_1 - a_2 \tau}, \frac{Z_k^* Y_{k^*2}}{Z_k^* + Y_{k^*2} + 1} < \frac{\tau}{a_2}\right) \\
&= \Pr\left(\frac{Z_k^* Y_{k^*2}}{Z_k^* + Y_{k^*2} + 1} < \tilde{\tau}\right) + \Pr\left(\frac{Z_k^* Y_{k^*2}}{Z_k^* + Y_{k^*2} + 1} < \tau'\right) \\
&\quad - \Pr\left(\frac{Z_k^* Y_{k^*2}}{Z_k^* + Y_{k^*2} + 1} < \tilde{\tau}, \frac{Z_k^* Y_{k^*2}}{Z_k^* + Y_{k^*2} + 1} < \tau'\right). \tag{D.3}
\end{aligned}$$

Figura 10 – Diagrama para os eventos $W < \tilde{\tau}$ e $W < \tau'$, para o caso de $\tau' > \tilde{\tau}$.

em que $\tau' \triangleq \tau/a_2$ e $\tilde{\tau} \triangleq \tau/(a_1 - a_2\tau)$.

Para simplificar a análise, adota-se $W \triangleq \frac{Z_{k^*}Y_{k^*2}}{Z_{k^*} + Y_{k^*2} + 1}$, de (D.3), tem-se que

$$\text{OP}_2 = \Pr(W < \tilde{\tau}) + \Pr(W < \tau') - \Pr(W < \tilde{\tau}, W < \tau') \quad (\text{D.4})$$

Existem duas situações particulares para W , quando $\tau' > \tilde{\tau}$ e quando $\tilde{\tau} > \tau'$.

Dado os eventos $W < \tilde{\tau}$ e $W < \tau'$ e supondo $\tau' > \tilde{\tau}$, analisando a Fig. 10, observa-se que a ocorrência do evento $W < \tau'$ implica aquela do evento $W < \tilde{\tau}$; portanto segue que

$$\Pr(W < \tilde{\tau}, W < \tau') = \Pr(W < \tilde{\tau}), \quad (\text{D.5})$$

logo, substituindo (D.5) em (D.4), tem-se

$$\begin{aligned} \text{OP}_2 &= \Pr(W < \tau') + \Pr(W < \tilde{\tau}) - \Pr(W < \tilde{\tau}) \\ &= \Pr(W < \tau') \\ &= \Pr\left(\frac{Z_{k^*}Y_{k^*2}}{Z_{k^*} + Y_{k^*2} + 1} < \tau'\right). \end{aligned} \quad (\text{D.6})$$

Dado os eventos $W < \tilde{\tau}$ e $W < \tau'$ e supondo $\tilde{\tau} > \tau'$, analisando a Fig. 11, observa-se que a ocorrência do evento $W < \tilde{\tau}$ implica aquela do evento $W < \tau'$; portanto segue que

$$\Pr(W < \tilde{\tau}, W < \tau') = \Pr(W < \tau'), \quad (\text{D.7})$$

logo, substituindo (D.7) em (D.4), obtém-se que

$$\begin{aligned} \text{OP}_2 &= \Pr(W < \tau') + \Pr(W < \tilde{\tau}) - \Pr(W < \tau') \\ &= \Pr(W < \tilde{\tau}) \\ &= \Pr\left(\frac{Z_{k^*}Y_{k^*2}}{Z_{k^*} + Y_{k^*2} + 1} < \tilde{\tau}\right). \end{aligned} \quad (\text{D.8})$$

Figura 11 – Diagrama para os eventos $W < \tilde{\tau}$ e $W < \tau'$, para o caso de $\tilde{\tau} > \tau'$.

Analisando (D.6) e (D.8), conclui-se que a probabilidade de *outage* de D_2 depende do maior entre $\tilde{\tau}$ ou τ' , desta forma

$$\begin{aligned} \text{OP}_2 &= \Pr \left(\frac{Z_{k^*} Y_{k^*2}}{Z_{k^*} + Y_{k^*2} + 1} < \max \{ \tilde{\tau}, \tau' \} \right) \\ &= \Pr \left(\frac{Z_{k^*} Y_{k^*2}}{Z_{k^*} + Y_{k^*2} + 1} < \theta \right) \end{aligned} \quad (\text{D.9})$$

$$= \Pr \left(Z_{k^*} < \frac{(Y_{k^*2} + 1)\theta}{Y_{k^*2} - \theta} \right). \quad (\text{D.10})$$

em que $\theta \triangleq \max \{ \tilde{\tau}, \tau' \}$.

De maneira similar, utilizando as considerações propostas para o desenvolvimento de (C.3), porém agora aplicado para (D.10), tem-se que a expressão da probabilidade de *outage* do usuário D_2 pode ser reformulada de tal forma que

$$\begin{aligned} \text{OP}_2 &= \sum_{k=1}^K \Pr \left(Z_k < \frac{(Y_{k2} + 1)\theta}{Y_{k2} - \theta} \middle| k^* = k \right) \Pr(k^* = k) \\ &= \sum_{k=1}^K \Pr \left(Z_k < \frac{(Y_{k2} + 1)\theta}{Y_{k2} - \theta} \middle| k^* = k \right) \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^K \Pr(Z_j < Z_k) \\ &= \sum_{k=1}^K \int_0^\infty \Pr \left(Z_k < \frac{(y_2 + 1)\theta}{y_2 - \theta} \middle| k^* = k \right) \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^K \Pr(Z_j < Z_k) f_{Y_{k2}}(y_2) dy_2. \end{aligned} \quad (\text{D.11})$$

Analisando (D.11), o *outage* ocorre se $Y_{k^*2} \leq \theta$, entretanto, se $Y_{k^*2} > \theta$ o *outage* pode ocorrer ou não. Então, (D.11) pode ser reescrito, de modo que

$$\begin{aligned} \text{OP}_2 &= \sum_{k=1}^K \int_0^\theta \Pr \left(Z_k > \frac{(y_2 + 1)\theta}{y_2 - \theta} \middle| k^* = k \right) \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^K \Pr(Z_j < Z_k) f_{Y_{k2}}(y_2) dy_2 \\ &\quad + \sum_{k=1}^K \int_\theta^\infty \Pr \left(Z_k < \frac{(y_2 + 1)\theta}{y_2 - \tilde{\tau}} \middle| k^* = k \right) \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^K \Pr(Z_j < Z_k) f_{Y_{k2}}(y_2) dy_2. \end{aligned} \quad (\text{D.12})$$

Como o caso $Y_{k^*2} \leq \theta$ implica em *outage*, ou seja, $\Pr\left(Z_k > \frac{(y_2+1)\theta}{y_2-\theta} \middle| k^* = k\right) = 1$, de (D.12), tem-se que

$$\begin{aligned}
\text{OP}_2 &= \sum_{k=1}^K \int_0^\theta \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^K \Pr(Z_j < Z_k) f_{Y_{k2}}(y_2) dy_2 \\
&\quad + \sum_{k=1}^K \int_\theta^\infty \Pr\left(Z_k < \frac{(y_2+1)\theta}{y_2-\theta} \middle| k^* = k\right) \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^K \Pr(Z_j < Z_k) f_{Y_{k2}}(y_2) dy_2 \\
&= \sum_{k=1}^K \int_0^\theta \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^K F_{Z_j}(Z_k) f_{Y_{k2}}(y_2) dy_2 \\
&\quad + \sum_{k=1}^K \int_\theta^\infty \Pr\left(Z_k < \frac{(y_2+1)\theta}{y_2-\theta} \middle| k^* = k\right) \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^K F_{Z_j}(Z_k) f_{Y_{k2}}(y_2) dy_2 \\
&= \sum_{k=1}^K \int_0^\theta \int_0^\infty \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^K F_{Z_j}(z) f_{Z_k}(z) f_{Y_{k2}}(y_2) dz dy_2 \\
&\quad + \sum_{k=1}^K \int_\theta^\infty \int_0^\infty F_{Z_k}\left(\frac{(y_2+1)\theta}{y_2-\theta}\right) \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^K F_{Z_j}(z) f_{Z_k}(z) f_{Y_{k2}}(y_2) dz dy_2. \tag{D.13}
\end{aligned}$$

Tal como explicado em (C.6), ao se tratar de canais i.i.d., tem-se que

$$\begin{aligned}
\text{OP}_2 &= K \left[\int_0^\theta \int_0^\infty [F_Z(z)]^{K-1} f_Z(z) f_{Y_2}(y_2) dz dy_2 \right] \\
&\quad + K \left[\int_\theta^\infty \int_0^{\frac{(y_2+1)\theta}{y_2-\theta}} [F_Z(z)]^{K-1} f_Z(z) f_{Y_2}(y_2) dz dy_2 \right] \\
&= K \left[\int_0^\theta \int_0^\infty [F_Z(z)]^{K-1} \frac{dF_Z(z)}{dz} f_{Y_2}(y_2) dz dy_2 \right] \\
&\quad + K \left[\int_\theta^\infty \int_0^{\frac{(y_2+1)\theta}{y_2-\theta}} [F_Z(z)]^{K-1} \frac{dF_Z(z)}{dz} f_{Y_2}(y_2) dz dy_2 \right] \\
&= K \left[\int_0^\theta \int_0^\infty [F_Z(z)]^{K-1} f_{Y_2}(y_2) dF_Z dy_2 \right] \\
&\quad + K \left[\int_\theta^\infty \int_0^{\frac{(y_2+1)\theta}{y_2-\theta}} [F_Z(z)]^{K-1} f_{Y_2}(y_2) dF_Z dy_2 \right] \\
&= K \left(\frac{F_Z(z)^K}{K} \right) \bigg|_0^\infty \int_0^\theta f_{Y_2}(y_2) dy_2 + \int_\theta^\infty K \left(\frac{F_Z(z)^K}{K} \right) \bigg|_0^{\frac{(y_2+1)\theta}{y_2-\theta}} f_{Y_2}(y_2) dy_2, \tag{D.14}
\end{aligned}$$

em que, conforme analisado em (C.12), $F_Z(z)^K|_0^\infty = 1$, desta forma

$$\begin{aligned}
\text{OP}_2 &= \int_0^\theta f_{Y_2}(y_2) dy_2 + \int_\theta^\infty K \left(\frac{F_Z(z)^K}{K} \right) \bigg|_0^{\frac{(y_2+1)\theta}{y_2-\theta}} f_{Y_2}(y_2) dy_2 \\
&= F_{Y_2}(\theta) + \int_\theta^\infty F_Z\left(\frac{(y_2+1)\theta}{y_2-\theta}\right)^K f_{Y_2}(y_2) dy_2, \tag{D.15}
\end{aligned}$$

em que $F_{Y_2}(y_2) = 1 - \exp(-y_2/\bar{\gamma}_{RD_2})$ e $f_{Y_2}(y_2) = (1/\bar{\gamma}_{RD_2}) \exp(-y_2/\bar{\gamma}_{RD_2})$ são respectivamente a CDF e a PDF de Y_2 ; $F_Z(z) = 1 - \exp(-z/\bar{\gamma}_{SR}) / (1 + (\bar{\gamma}_{RR}/\bar{\gamma}_{SR})z)$ é CDF de Z , dada em (C.12); e $\bar{\gamma}_{RD_2} = \gamma_0 \Omega_{RD_2}$ denota a SNR do enlace entre R e D_2 . Desta forma, substituindo esses resultados em (D.15), (3.8) é obtida.

REFERÊNCIAS

- [1] D. Tse and P. Viswanath, *Fundamentals of Wireless Communication*. New York, NY, USA: Cambridge University Press, 2005.
- [2] C. E. Shannon, “A mathematical theory of communication”, *The Bell System Technical Journal*, vol. 27, no. 3, pp. 379–423, July 1948.
- [3] M. Dohler and Y. Li, *Cooperative Communications: Hardware, Channel and PHY*. West Sussex, UK: John Wiley and Sons, 2010.
- [4] Y. Saito, Y. Kishiyama, A. Benjebbour, T. Nakamura, A. Li, and K. Higuchi, “Non-orthogonal multiple access (NOMA) for cellular future radio access”, in *Proc. IEEE 77th Veh. Tech. Conf. (VTC Spring)*, Dresden, Germany, pp. 1–5, Jun. 2013.
- [5] S. Timotheou and I. Krikidis, “Fairness for non-orthogonal multiple access in 5G systems”, *IEEE Sig. Proc. Lett.*, vol. 22, no. 10, pp. 1647–1651, Oct. 2015.
- [6] Z. Ding, Y. Liu, J. Choi, Q. Sun, M. Elkashlan, C.-L. I, and H. V. Poor, “Application of non-orthogonal multiple access in LTE and 5G networks”, *IEEE Comm. Mag.*, vol. 55, no. 2, pp. 185–191, Feb. 2017.
- [7] B. Kim, S. Lim, H. Kim, S. Suh, J. Kwun, S. Choi., C. Lee, S. Lee, and D. Hong, “Non-orthogonal multiple access in downlink multiuser beamforming system”, in *Proc. IEEE Military Comm. Conf.*, San Diego, CA, USA, pp. 1278–1283, Nov. 2013.
- [8] A. Sendonaris, E. Erkip, and B. Aazhang, “User cooperation diversity. Part I: System description. Part II: Implementation aspects and performance analysis”, *IEEE Trans. Commun.*, vol. 51, no. 11, pp. 1927–1948, Nov. 2003.
- [9] J. Laneman, D. Tse, and G. W. Wornell, “Cooperative diversity in wireless networks: Efficient protocols and outage behavior”, *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 50, no. 12, pp. 3062–3080, Dec. 2004.
- [10] D. P. Moya Osorio, E. E. Benitez Olivo, H. Alves, J. C. S. Santos Filho, and M. Latva-aho, “Exploiting the direct link in full-duplex amplify-and-forward relaying networks”, *IEEE Sig. Process. Lett.*, vol. 22, no. 10, pp. 1766–1770, Oct. 2015.
- [11] L. Song, R. Wichman, Y. Li, Z. Han, *Full-Duplex Communications and Networks*. New York, NY, USA: Cambridge University Press, 2017.
- [12] T. Riihonen, S. Werner, and R. Wichman, “Mitigation of loopback self-interference in full-duplex MIMO relays”, *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 59, no. 12, pp. 5983–5993, Dec. 2011.

- [13] M. Soysa, H. A. Suraweera, C. Tellambura, and H. K. Garg, “Partial and opportunistic relay selection with outdated channel estimates”, *IEEE Trans. Commun.*, vol. 60, no. 3, pp. 840–850, Mar. 2012.
- [14] I. Krikidis, H. Suraweera, P. Smith, and C. Yuen, “Full-duplex relay selection for amplify-and-forward cooperative networks”, *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 11, no. 12, pp. 4381–4393, Dec. 2012.
- [15] N. Yang, M. El Kashlan, and J. Yuan, “Outage probability of multiuser relay networks in Nakagami- m fading channels”, *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 59, no. 5, pp. 2120–2132, Jun. 2010.
- [16] J. B. Kim and I. H. Lee, “Non-orthogonal multiple access in coordinated direct and relay transmission”, *IEEE Commun. Lett.*, vol. 19, no. 11, pp. 2037–2040, Nov. 2015.
- [17] C. Zhong and Z. Zhang, “Non-orthogonal multiple access with cooperative full-duplex relaying”, *IEEE Commun. Lett.*, vol. 20, no. 12, pp. 2478–2481, Dec. 2016.
- [18] J. Men, J. Ge, and C. Zhang, “Performance analysis of non-orthogonal multiple access for relaying networks over Nakagami- m fading channels”, *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 66, no. 2, pp. 1200–1208, Feb. 2017.
- [19] S. Lee, D. B. da Costa, Q. T. Vien, T. Q. Duong, and R. T. de Sousa, “Non-orthogonal multiple access schemes with partial relay selection”, *IET Commun.*, vol. 11, no. 6, pp. 846–854, Apr. 2017.
- [20] D. Deng, L. Fan, X. Lei, W. Tan, and D. Xie, “Joint user and relay selection for cooperative NOMA networks”, *IEEE Access.*, vol. 5, pp. 20220–20227, Sep 2017.
- [21] A. Z. Ding, M. Peng, and H. V. Poor, “Cooperative non-orthogonal multiple access in 5G systems”, *IEEE Commun. Lett.*, vol. 19, no. 8, pp. 1462–1465, Aug 2015.
- [22] A. Y. Liu, Z. Ding, M. Eikashlan, and H. V. Poor, “Cooperative nonorthogonal multiple access in 5G systems with SWIPT”, in *Proc. Europe. Sig. Process. Conf.*, Nice, France, pp. 1999–2003, Aug. 2015.
- [23] L. Zhang, J. Liu, M. Xiao, G. Wu, Y. C. Liang, and S. Li, “Performance analysis and optimization in downlink NOMA systems with cooperative full-duplex relaying”, *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 35, no. 10, pp. 2398–2412, Oct. 2017.
- [24] X. Yue, Y. Liu, S. Kang, A. Nallanathan, and Z. Ding, “Exploiting full/half-duplex user relaying in NOMA systems”, *IEEE Trans. Commun.*, vol. 66, no. 2, pp. 560–575, Feb. 2018.
- [25] R. E. Walpole, R. H. Myers, S. L. Myers, and K. Ye, *Probability and Statistics for Engineers and Scientists*, 9th ed. Boston, MA, USA: Prentice Hall, 2012.

- [26] M. Abramowitz and I. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*. New York, NY, USA: Dover, 1972.
- [27] J. Stewart, *Cálculo—Volume I*, 7th ed. São Paulo, SP, Brazil: Cengage Learning, 2013.
- [28] T. Riihonen, S. Werner, and R. Wichman, “Hybrid full-duplex/half duplex relaying with transmit power adaptation”, *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 10, pp. 3074–3085, Sep. 2011.